

Impacto de Esquemas de Fijación de Cargos de Terminación Móvil sobre el Bienestar en una Industria Asimétrica: *Un Modelo Económico*

Manuel Gavilano Aspíllaga*

*Gerencia de Políticas Regulatorias y Competencia
Subgerencia de Evaluación y Políticas de Competencia || OSIPTEL*

Resumen

El presente documento tiene como objetivo plantear un modelo que simule los impactos en el excedente del consumidor y en el bienestar social de implementar distintos esquemas de fijación de cargos de terminación móvil, a fin de observar bajo qué esquema de cargos se obtienen mejores resultados, dadas las características del mercado peruano. Los resultados son estimados para distintos niveles de elasticidad precio de la demanda y parámetros de externalidad de llamada. Así también, se muestran los impactos sobre variables relevantes como *precios (on-net/off-net)*, *pagos fijos*, *participaciones de mercado*, *beneficios de empresas*, entre otros.

El modelo considera las siguientes particularidades aplicables al mercado peruano: (i) más de dos empresas, (ii) asimetrías en participación de mercado, y (iii) externalidades de llamada. Además, se introduce el papel de expectativas de los consumidores. El modelo es desarrollado para las modalidades postpago y prepago.

© 2015 OSIPTEL. Derechos reservados.

Palabras Claves: Cargos de Terminación, Telefonía Móvil, Bienestar, Calibración, Simulación, Perú.

www.osiptel.gob.pe

*Se agradece la colaboración de Cesar Arismendiz y Jorge Castillo por sus aportes en la elaboración de este documento. Las opiniones vertidas en él son de responsabilidad exclusiva de los autores, y no reflejan necesariamente la posición del OSIPTEL hasta la emisión de la respectiva posición oficial, de ser el caso. El presente documento es desarrollado en diciembre de 2015 tomando como base las estadísticas reportadas por las empresas operadoras al 2014. Remitir comentarios y sugerencias a: mgavilano@osiptel.gob.pe

Índice

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción. | 3 |
| 2. Tendencia internacional en la determinación de Esquemas de Cargos de Terminación. | 4 |
| 3. Revisión de literatura sobre Impactos de los Cargos de Terminación en el Bienestar. | 6 |
| 4. El Modelo. | 8 |
| 4.1. Supuestos | 8 |
| 4.2. Ecuaciones del Modelo | 9 |
| 4.2.1. Participaciones de Mercado | 9 |
| 4.2.2. Excedente del Consumidor | 10 |
| 4.2.3. Precios de Llamadas y Pagos Fijos | 10 |
| 4.2.4. Equilibrio | 11 |
| 4.3. Línea Temporal del Modelo | 11 |
| 5. Calibración de Parámetros. | 12 |
| 6. Simulación del Modelo. | 12 |
| 6.1. Esquemas de Fijación de Cargos de Terminación considerados. . . . | 13 |
| 6.2. Evaluación de los Esquemas de Fijación de Cargos de Terminación Móvil | 14 |
| 6.3. Resultados del modelo según esquemas de cargos de terminación. . . | 15 |
| 6.4. Comparación de esquemas de fijación de cargos de terminación: <i>Cargo Recíproco-fijado al promedio de cargos vs Cargos Híbridos vs Cargos No-Recíprocos</i> | 20 |
| 6.4.1. Modalidad Postpago | 20 |
| 6.4.2. Modalidad Prepago | 21 |
| 7. Conclusiones. | 23 |
| Bibliografía | 24 |
| Anexo | 27 |
| A.1. Derivación de participación de mercado (Función Logit Multinomial) | 27 |
| A.2. Cálculo del Precio <i>On-net</i> | 29 |
| A.3. Cálculo del Precio <i>Off-net</i> | 30 |
| A.4. Derivación de Pagos Fijos y sus efectos sobre participación de mercado | 31 |

IMPACTO DE ESQUEMAS DE CARGOS DE TERMINACIÓN (2015)

1. Introducción.

El cargo de acceso o cargo de terminación es el pago que realiza una empresa operadora a otra en compensación por el uso de su red para conectar el tráfico terminado en ella (UIT, 2009). Estos cargos de acceso son fijados, en la mayoría de casos, por los organismos reguladores y el esquema de fijación que implementen varía dependiendo del nivel de competencia y del contexto del mercado móvil en cada país.

El objetivo general de la regulación de los cargos de terminación es velar por el bienestar de los usuarios y por una competencia transparente en el mercado. Al respecto, para Harbord y Pagnozzi (2010) la principal razón para la regulación de los cargos de terminación móvil, hasta la fecha, ha sido evitar las distorsiones en la estructura de precios dado que estas reducen el bienestar de los consumidores.

El proceso de fijación de los cargos de terminación comprende una ronda de discusiones y comentarios entre las empresas operadoras y el organismo regulador. Dos de los puntos más importantes –y debatidos– en una agenda de cargos de terminación son: (i) *la determinación de los niveles de los cargos*, y (ii) *la elección del esquema de fijación de cargos de terminación*.

- Sobre (i), las empresas operadoras pugnan por conseguir un nivel de cargo más alto mientras que, el ente regulador tiene en cuenta que fijar cargos de terminación altos conlleva a precios finales más altos, lo que reduce el excedente del consumidor. Aunque, estudios recientes demuestran que tal afirmación no necesariamente sea válida. (Ver sección II).
- Sobre (ii), existen varios esquemas de fijación de cargos de terminación. Entre los más comunes se encuentran: (a) *cargos recíprocos*, (b) *cargos no-recíprocos*, (c) *cargos diferenciados entre empresas con mayor participación y empresas con menor participación*, (d) *cargo recíproco (fijado al costo más bajo)* y (e) *bill and keep*¹. La implementación de uno u otro esquema depende del contexto del mercado y de los objetivos de los organismos reguladores.

El presente documento trata principalmente el punto (ii), esto es, estimar los impactos que tienen distintos esquemas de fijación de cargos de terminación sobre el excedente del consumidor y el bienestar social, dadas las condiciones existentes en el mercado móvil peruano. Para ello, se plantea, calibra y simula un modelo económico que compara los distintos esquemas de cargos de terminación.

¹El esquema de *cargos igual a costo* hace mención al cargo igual al Costo Incremental de Largo Plazo (LRIC puro). Para el presente documento, los esquemas de *cargos recíprocos*, *cargos no-recíprocos* y *cargos diferenciados entre empresas con mayor participación y empresas con menor participación* son fijados a costos incrementales de largo plazo plus (LRIC+), el cual incluye un *overhead*.

En las secciones II y III, se presenta la tendencia internacional en la determinación de los esquemas de cargos de terminación, y algunos estudios teóricos respecto a los impactos que tiene la implementación de distintos esquemas sobre las variables relevantes. Asimismo, se menciona brevemente algunas experiencias sobre cambios en los esquemas de cargos de terminación por las que atravesaron algunos países.

Desde la sección IV hasta la sección VI, sobre la base de la literatura económica, la experiencia internacional y el contexto del mercado móvil en Perú, se plantea un modelo económico que simula los impactos que la implementación de distintos esquemas de fijación de cargos de terminación móvil tienen en el *excedente del consumidor* y en el *bienestar social*. Ello con el fin de observar bajo qué esquema de cargos se obtienen mejores resultados.

El modelo incorpora varias empresas operadoras, asimetrías en la participación de mercado e introduce el papel de las expectativas de los consumidores. Los resultados son obtenidos para distintos niveles de elasticidad precio de la demanda y parámetros de externalidad de llamada. Adicionalmente, se muestran los impactos que tienen los esquemas de cargos sobre variables relevantes como *precios (on-net/off-net)*, *pagos fijos*, *participaciones de mercado*, *beneficios de empresas*, entre otros.

El modelo es calibrado en base a los reportes remitidos por las empresas operadoras en el marco de la Resolución N 050-2012-CD/OSIPTEL y a las tarifas registradas en el Sistema de Información de Registro de Tarifas (SIRT).

2. Tendencia internacional en la determinación de Esquemas de Cargos de Terminación.

A nivel internacional, los organismos reguladores tienden a reducir los cargos de terminación a fin de reflejar los verdaderos costos en que incurren las empresas operadoras por brindar el servicio (*cargo igual al costo*). Ello, como un paso previo a la adopción del esquema *bill-and-keep*. Bajo este último esquema, no existen cargos de terminación para las llamadas de móvil a móvil y de fijo a móvil².

Para muchos autores, el *bill and keep* es el esquema al que finalmente deben tender todas las economías dado que maximiza el bienestar social. La literatura recomienda que este debería ser implementado luego de un esquema de *cargo igual al costo*. Sin embargo, hasta la fecha, muy pocos países –entre ellos Nueva Zelanda– han optado

²Cabe señalar que la UE es una de las regiones que ha intentado aplicar un esquema de cargos vinculados a costos mediante la Recomendación 2009/396/CE sobre “*El tratamiento normativo de las tarifas de terminación de la telefonía fija y móvil en la UE*”, la cual sostiene que este esquema debía ser implementado hacia diciembre de 2012 y que los cargos se fijarán sin permitir que los costos comunes entre servicios sean recuperados por medio de las tarifas reguladas. Dicha recomendación es vista como un primer paso hacia la adopción de un sistema *bill and keep*.

Ver: <http://www.cullen-international.com/product/documents/TRTEEU20150133>

por el *bill and keep*³.

Más aún, en la actualidad, gran parte de los países del mundo aún no han adoptado un esquema de *cargo igual al costo* y mantienen distintos esquemas de fijación de cargos de terminación móvil (principalmente, esquema de *cargos no-recíprocos*). Incluso, algunos organismos reguladores que implementaron un esquema de fijación de *cargos igual a costo*, por circunstancias del desarrollo del mercado, se han visto obligados a volver, de manera temporal, a un esquema de fijación de *cargos no-recíprocos*.

En el caso de Colombia, por ejemplo, la subasta de la red 4G en el año 2013 permitió la entrada de nuevos operadores al mercado móvil, planteando la necesidad de revisar las condiciones bajo las cuales se remuneraba el uso de las redes. En efecto, tomando en cuenta la realidad del mercado móvil, el ente regulador (Comisión de Regulación de Comunicaciones, CRC) propuso volver aplicar un esquema de *cargos no-recíprocos*.

En México, el Instituto Federal de Telecomunicaciones (IFT) determinó que el grupo América Móvil era un agente económico preponderante en el mercado de la telefonía móvil y por lo tanto debía acelerar la llegada respecto de sus competidores al esquema de remuneración *Bill and Keep*⁴, planeado por el IFT de manera gradual⁵.

En Europa, la comisión recomendó que los cargos de terminación deberían ser *cargos iguales al costo*; sin embargo, la *no-reciprocidad* en los cargos podría ser aceptada en casos como: (i) asignación de distintas bandas del espectro para los proveedores o (ii) incentivo a un entrante tardío al mercado que tiene desventajas por falta de economías de escala, y por lo tanto, donde es necesario y justificado para promover la competencia⁶. Por ejemplo en España, la CMT anunció un esquema de *cargos no-recíprocos* para el año 2012, estableciendo un cargo superior para la empresa recientemente entrante Yoigo, con la finalidad de incrementar la competencia en el mercado.

En muy pocos países, entre ellos Brasil y Costa Rica, los cargos de terminación móvil son pactados libremente por las mismas empresas operadoras. En caso ocurriera conflictos entre las empresas, los organismos reguladores intervendrían para definir los cargos de referencia. No obstante, en junio de 2014, Brasil aprobó una propuesta para reducir hasta el 2019 en más del 90% los cargos de terminación⁷.

³Para más detalle, ver Harbord y Hoernig (2013).

⁴De conformidad con lo estipulado en el artículo 131 de la Ley Federal de Telecomunicaciones y Radiodifusión. Disponible en: http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LFTR_140714.pdf

⁵Ver CRC (2014).

⁶Los *cargos no-recíprocos* permiten beneficios en el corto plazo y fortalece la posición competitiva de aquellos operadores que tienen la posibilidad de cobrar un cargo más alto y de esta forma mejora la competencia en el largo plazo beneficiando a los usuarios.

⁷Para más detalle ver: <http://www.culleninternational.com/product/documents/sections/?section=0141ebe1-9237-4afb-ab6e-036ab3c8e78aorderBy=countryuniqueNumber=B5TELN20140003>

A partir del incremento en la experiencia en la regulación de los cargos de terminación y la maduración del mercado de voz móvil (altos niveles de penetración y cobertura geográfica del servicio), la perspectiva de la regulación de los cargos de terminación ha cambiado pues se han implementado metodologías de costos que llevan a reducciones de cargos más rápidas y pronunciadas. En Europa, durante la última década los cargos de terminación móvil se han visto reducidos aproximadamente en 86 %.

Finalmente, los ejemplos señalados evidencian que el contexto del mercado móvil es una pieza clave para el organismo regulador a la hora de implementar el esquema de fijación de cargos de terminación móvil.

3. Revisión de literatura sobre Impactos de los Cargos de Terminación en el Bienestar.

Existe una amplia y variada literatura respecto al impacto de los cargos de terminación sobre el excedente del consumidor, el bienestar social y otras variables relevantes. Como se mencionó, las discusiones académicas sobre cargos de terminación se centran en: (i) *cuáles deben ser los niveles de cargos de terminación*, y (ii) *qué esquema de cargos de terminación debería aplicarse*.

- (i) *Respecto a los niveles de cargos de terminación*, la mayoría de autores señalan que cargos de terminación más bajos tienen como consecuencia una reducción en los precios minoristas, lo cual incrementa el bienestar de los consumidores y la competitividad de las empresas operadoras, asegurando que las ganancias en eficiencia de estas últimas se trasladen a los consumidores. Harbord y Hoerning (2013) demuestran que reducciones en los cargos de terminación incrementan el bienestar en el corto plazo en los mercados de telefonía móvil y telefonía fija.

Por otro lado, algunos estudios recientes afirman que cargos de terminación más bajos no necesariamente se relacionan con menores precios minoristas; sino que por el contrario, las empresas operadoras buscarán compensar las pérdidas por disminuciones de cargos a través de reducciones en los subsidios de equipos terminales o incrementos en otros precios no regulados, lo cual se denomina *waterbed effect* o *efecto cama de agua*. No obstante, cabe señalar que muchos autores –entre ellos, Hurkens y López (2011)– sostienen que si bien la existencia de un *efecto cama de agua* es conocida por los organismos reguladores, la fuerza de este efecto es muy debatida.

- (ii) *Respecto a qué esquema de cargos se debería implementar*, es necesario indicar que no existe una regla general para determinar cuál es el esquema de cargos óptimo, sino que el esquema a implementarse por un organismo regulador depende del desempeño del mercado móvil de cada país.

No obstante, en términos generales, la literatura señala que el esquema de cargos de terminación que conduce al mayor incremento en el bienestar es el esquema *bill and keep*. La implementación del sistema *bill and keep* –tal como sugieren Berger (2004), De Graba (2003), Littlechild (2006), Quigley y Vogelsang (2003) y Valetti y Houppis (2005)– debería llevar a una estructura de precios mayoristas y minoristas más eficiente, eliminar las barreras a la entrada causadas por los efectos de red e incrementar el bienestar y la competencia en el mercado móvil. No obstante, el esquema *bill and keep* es considerado como “*la etapa final*” de los esquemas de cargos.

Durante el proceso, el esquema de *cargos no-recíprocos* permite obtener beneficios transitoriamente y fortalecer la posición competitiva de los operadores que tienen la posibilidad de cobrar un cargo más alto, y de esta manera mejorar la competencia en el largo plazo para beneficio de los usuarios.

En relación a los estudios desarrollados sobre impactos en el excedente del consumidor y el bienestar, Peitz (2005) señala que el esquema de *cargos no-recíprocos* estimula la entrada de empresas al mercado y aumenta el excedente del consumidor, de manera simultánea.

Por su parte, De Beijl y Peitz (2002) plantean que las políticas regulatorias deben alcanzar dos objetivos fundamentales: (i) *promover la entrada de nuevos operadores para incrementar los niveles de competencia*, lo que implica que puedan recibir ganancias aún después de sus inversiones iniciales en infraestructura, y (ii) *aumentar el bienestar de los consumidores*, para lo cual se requieren precios más bajos. Ambos objetivos –aunque parezcan contradictorios– se pueden alcanzar con un esquema de *cargos no-recíprocos* que converjan gradualmente hacia la *reciprocidad*.

En Calzada (2004), se señala que si bien los cargos deberían fijarse a costos, ante la existencia de cuotas de mercado muy distintas sería recomendable establecer un esquema de *cargos no-recíprocos*.

Como se desprende de la revisión de la literatura, el esquema óptimo para cada país depende de la situación de mercado en el momento de imponer los cargos. En mercados como el peruano donde aún no existen las condiciones para plantear un esquema *bill and keep*, se debería analizar los esquemas alternativos, apuntando hacia un esquema de *cargos iguales al costo*. Para ello, en la siguiente sección se muestra el modelo desarrollado con la finalidad de conocer qué esquema de cargos de terminación es más favorable para nuestro país.

Adicionalmente, cabe precisar que la mayoría de estudios sobre cargos de terminación móvil toman como referencia los trabajos seminales desarrollados por Armstrong (1998) y Laffont, Rey y Tirole (1998); los mismos que, si bien brindan una sólida base teórica, suponen características como tarificación lineal, firmas simétricas compitiendo en precios, demandas homogéneas, cargos de acceso recíprocos y no discriminación de precios, muchas de las cuales son ajenas a la realidad por la que atraviesa el mercado móvil en el Perú. Es por ello que, se incluirán modificaciones

al modelo a fin de que este refleje mejor las características del mercado peruano, tal como se detalla en la siguiente sección.

4. El Modelo.

Para estimar los impactos que tienen distintos esquemas de fijación de cargos de terminación móvil en el mercado peruano, se necesita tener en cuenta un modelo con: (i) un número arbitrario de redes, (ii) asimetrías en participación de mercado y (iii) externalidades de llamada; todas consideradas de manera simultánea⁸. Dada la complejidad de obtener resultados analíticos para esta extensión del modelo, se recurren a métodos numéricos⁹.

De esta manera, se parte de un modelo donde cada una de las “ n ” firmas ($i=1, \dots, n$) cobra un pago fijo F_i (para la modalidad postpago) y puede discriminar precios entre llamadas *on-net* (p_{ii}) y llamadas *off-net* (p_{ij}). Para terminar una llamada *off-net*, la red de originación $j \neq i$ debe pagar un cargo de acceso no negativo a_i a la red de terminación i .

4.1. Supuestos

- Las firmas ofrecen productos diferenciados pero sustitutos y compiten en el mercado (M consumidores).
- Se asume que todas las firmas cuentan con la misma estructura de costos. El costo marginal de una llamada es igual a $c = c_o + c_T$ ¹⁰. Así, el margen de ganancia de la empresa i por terminar una llamada en su propia red es $m_i \equiv a_i - c_T$.
- El supuesto estándar de “*rationaly responsive expectations*” es sustituido por el supuesto “*fulfilled equilibrium expectations*”¹¹.

⁸El modelo se basa principalmente en el documento de Hurkens y López (2011), al que se ha incorporado modificaciones con la finalidad de que el mismo refleje mejor las características de la industria de telefonía móvil en el Perú. También se han utilizado como referencia los trabajos de Harbord y Hoernig (2012), Hurkens y López (2010), Katz y Shapiro (1985) y McFadden (1977).

⁹Para López (2011), la existencia de externalidades de llamada induce a incluir las expectativas de los consumidores al modelo.

¹⁰Donde c_o y c_T denotan los costos de originación y terminación, respectivamente.

¹¹Se incluyen supuestos sobre las expectativas que realizan los consumidores dado que en el mercado existen efectos de red. Bajo “*rationaly responsive expectations*”, primero las empresas fijan sus precios; segundo, los consumidores forman sus expectativas sobre el tamaño de las redes en función de los precios elegidos por las empresas, y tercero, los consumidores toman su decisión de suscripción en función de los precios y sus expectativas. Mientras que, bajo “*fulfilled expectations*” primero los consumidores forman expectativas sobre el tamaño de las redes, luego las empresas compiten, y finalmente los consumidores toman sus decisiones de consumo o suscripción, dadas las expectativas. Solo bajo el primer enfoque, los consumidores responden ante desviaciones de precios adaptando sus expectativas a fin de predecir la participación de mercado.

-
- Se asume una función de demanda lineal.
 - La función de utilidad es cóncava, creciente y acotada. La utilidad del consumidor por hacer llamadas de duración q está dada por $u(q)$. Mientras que la utilidad de recibir una llamada de la misma duración es $\bar{u}(q)$. Se asume que $\bar{u} = \beta u$.
 - La utilidad indirecta derivada de hacer llamadas a precio p es $v(p) = u(q(p)) - pq(p)$.
 - Se asume Balance Calling Pattern (BCP).

A diferencia del modelo original, se introduce el análisis para el segmento prepago y se incluyen supuestos escenarios de esquemas de cargos de terminación¹².

4.2. Ecuaciones del Modelo

Para precios p_{ii} y p_{ij} , el beneficio que obtiene la firma i por llamadas *on-net* y *off-net* son¹³:

$$R(p_{ii}) = (p_{ii} - c)q(p_{ii}) \quad ; \quad \hat{R}_j(p_{ij}) = (p_{ij} - c - m_j)q(p_{ij})$$

4.2.1. Participaciones de Mercado

Sea α_i la participación de mercado de la empresa i . El beneficio de la empresa i viene dado por¹⁴:

$$\pi_i = \alpha_i M (\alpha_i R(p_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_j q(p_{ji}) + F_i - f) \quad (1)$$

Las participaciones de mercado son derivadas utilizando un modelo Logit. Dadas las expectativas β_i y precios, un consumidor suscrito a la firma i obtiene la siguiente utilidad:

$$w_i = \gamma_i + \beta_i [v(p_{ii}) + \bar{u}(q(p_{ii}))] + \sum_{j \neq i} \beta_j [v(p_{ij}) + \bar{u}(q(p_{ji}))] - F_i$$

Donde $\gamma_i \geq 0$, es el parámetro de lealtad a la marca para la red i .

¹²En nuestro caso, es importante incluir la modalidad prepago dado que, a diciembre de 2014, comprendió el 70 % del total de líneas de telefonía móvil.

¹³ $\hat{R}_j(p_{ij}) = (p_{ij} - c_0 - a_j)q(p_{ij})$, pero $a_j \equiv m_j + c_T$ y $c = c_0 + c_T \rightarrow \hat{R}_j(p_{ij}) = (p_{ij} - c - m_j)q(p_{ij})$.

¹⁴El primer sumando entre paréntesis corresponde a los beneficios obtenidos por llamadas *on-net* de la empresa “ i ”, el segundo corresponde a los beneficios obtenidos de las llamadas *off-net* de la empresa “ i ”, mientras que el tercer sumando corresponde a los beneficios obtenidos de las llamadas desde otras empresas operadoras ($j \neq i$) a la empresa “ i ”.

Se define $U_i = w_i + \mu\varepsilon_i$ para $i = 1, \dots, n$ ¹⁵. El parámetro $\mu > 0$ refleja el grado de diferenciación del producto en un modelo de Logit, con lo cual un consumidor se suscribirá a la red “ i ” si y solo si $U_i > U_j$, para $j \neq i = 1, \dots, n$.

La probabilidad de suscribirse a la firma i es denotada por α_i donde:

$$\alpha_i = \frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]} \quad (2)$$

Lo cual conlleva a que¹⁶:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\frac{\alpha_i(1 - \alpha_i)}{\mu} \quad (3)$$

Mientras que para $j \neq i$

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \frac{\alpha_i \cdot \alpha_j}{\mu} \quad (4)$$

4.2.2. Excedente del Consumidor

El excedente del consumidor en el modelo Logit para un tamaño de consumidores $M = 1$ viene derivado por¹⁷:

$$CS = \mu \ln\left(\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]\right) \quad (5)$$

4.2.3. Precios de Llamadas y Pagos Fijos

Los precios de llamadas *on-net* y *off-net* vienen dados por:

$$p_{ii} = \frac{c}{1 + \beta} \quad ; \quad p_{ij} = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)}{1 - (1 + \beta)\alpha_i} \quad (6)$$

Se debe notar que el precio *on-net* es igual al costo marginal cuando no hay externalidad de llamada (esto es, cuando $\beta = 0$) pero es estrictamente menor al costo cuando existe externalidades de llamada. De esta manera, la red internaliza perfectamente la externalidad.

¹⁵Los términos de ruido ε_i son variables aleatorias de media cero y varianza unitaria, idéntica e independientemente distribuida doble exponencial.

¹⁶Las derivaciones de los *precios y pagos fijos* se demuestran en el anexo (punto 1, 2 y 3, respectivamente).

¹⁷Dada la amplitud de la derivación del excedente del consumidor, para un mayor detalle se recomienda ver Small y Rosen (1981).

El precio *on-net* maximizador del beneficio es siempre el óptimo social, independientemente de la participación de mercado. (Dado que: $\bar{u} = \beta u$, este precio maximiza $u(q(p)) + \bar{u}(q(p)) - cq(p)$). Asimismo, el precio *off-net* se incrementa con el parámetro de externalidad de llamada. A mayor beneficio de recibir llamadas, mayor será el precio *off-net* óptimo con el fin de reducir el atractivo relativo de redes rivales.

Mientras que los pagos fijos están dados por la siguiente ecuación (ecuación 7)¹⁸:

$$F_i = f + \frac{\mu}{(1 - \alpha_i)} - 2\alpha_i R(p_{ii}) + \frac{2\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{2\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) - \frac{1}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{1}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) \quad (7)$$

4.2.4. Equilibrio

El equilibrio de los precios vienen dados en términos de participación de mercado, los cuales son endógenos. Su solución resulta de combinar las ecuaciones (6), (7) y (2). Analíticamente, el desarrollo es imposible, pero no lo es numéricamente, en la medida que se conozcan los cargos de terminación, la demanda de llamadas, la fuerza de la externalidad de la llamada, el costo marginal y los parámetros de lealtad a la marca ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$) y diferenciación de producto (μ). Muchos de los parámetros serán calibrados en base a la información recopilada por el OSIPTEL.

4.3. Línea Temporal del Modelo

Dados los cargos de acceso $\{a_1, \dots, a_n\}$, el juego se desenvuelve de la siguiente manera:

- Los consumidores forman sus expectativas β_i acerca del número de suscriptores de cada red con $\beta_i \geq 0$ y $\sum_i \beta_i = 1$, es decir se asume participación completa.
- Las firmas toman esas expectativas como dadas y eligen simultáneamente tarifas minoristas $T_i = T_i(F_i, \{p_{ij}\}_{j=1}^n)$.
- Dadas las expectativas y los precios, los consumidores toman decisiones racionales de suscripción y consumo.

Por lo tanto, la participación de mercado α_i es una función de los precios y de las expectativas de los consumidores. Además, el supuesto de expectativas implica que, en el equilibrio, $\alpha_i = \beta_i$.

¹⁸La derivación del pago fijo se demuestra en el anexo (punto 3).

5. Calibración de Parámetros.

Los datos son calibrados en base a las estadísticas recopiladas por el OSIPTEL. Así, a diciembre de 2010, las participaciones de mercado de equilibrio (α_i) de las empresas operadoras fueron:

- Modalidad Postpago: Telefónica del Perú (63 %), América Móvil (34 %) y Entel (3 %).
- Modalidad Prepago: Telefónica del Perú (65 %), América Móvil (33 %) y Entel (2 %).

El costo de originación y terminación de una llamada es estimado en US\$ 0.02/minuto. Se supone que $f = 0$, dado que no existen datos sobre el costo fijo por suscriptor. El parámetro de diferenciación del producto (μ) es calibrado para el caso postpago a través del pago fijo promedio observado y predicho¹⁹.

La función de demanda es calibrada imponiendo linealidad y asumiendo que la elasticidad precio (ξ) es igual a -0.5 ²⁰. De esta manera, el precio promedio en dólares sin IGV, la demanda promedio de minutos por suscriptor y los parámetros a y b de las funciones de demanda para cada modalidad de contratación vienen dados por²¹:

- Modalidad Postpago: $\bar{p} = 0.142 \rightarrow \bar{q} = 303 \rightarrow a = 454.5 \rightarrow b = 1062.9$
- Modalidad Prepago: $\bar{p} = 0.359 \rightarrow \bar{q} = 41.97 \rightarrow a = 62.97 \rightarrow b = 58.98$.

El parámetro de externalidad de llamada (β) para el segmento postpago se calibró a través de la diferencia entre los precios promedios *off-net* y *on-net* teóricos y la diferencia observada, resultando un valor de $\hat{\beta}^* = 0.365$ ²². Para el caso prepago no se consideran externalidades de llamada, lo que es coherente con el fuerte impacto que ha tenido el lanzamiento de planes tarifarios con tarifa única para llamadas a todo destino.

6. Simulación del Modelo.

La simulación se realiza para las modalidades postpago y prepago. Para cada modalidad, se evalúan los distintos esquemas de fijación de cargos.

¹⁹ $\sum_i \alpha_i \cdot F_i = \text{Pago fijo observado}$. El pago fijo en dólares sin IGV es calibrado en US\$29.73.

²⁰Para cálculos de excedente del consumidor y bienestar total se consideran además parámetros de elasticidad de demanda igual a $\xi = 0.3$ y $\xi = 0.7$.

²¹ \bar{p} es calculado como la tarifa implícita ($\text{Ingresos}/\text{Tráfico}$) ponderada por la participación de mercado. Mientras que, \bar{q} es calculada como $\text{Tráfico}/\text{Número de conexiones}$, ponderada por participación de mercado.

²² $\sum_k \frac{\alpha_k(1-\alpha_k)q(\hat{p}_k)\hat{p}_k}{\sum_k \alpha_k(1-\alpha_k)q(\hat{p}_k)} - \frac{c}{1+\beta} = 0.1683$.

Para la modalidad postpago, se muestran los resultados obtenidos de la simulación sobre el excedente del consumidor y el bienestar total, según distintos parámetros de externalidad de llamada y elasticidad precio. Adicionalmente, la simulación permite observar cómo cambian precios, pagos fijos, participaciones de mercado, beneficios y excedente del consumidor para valores de externalidad de llamada entre 0 y 0.4.

Para la modalidad prepago, se muestran los niveles de excedente del consumidor y bienestar total que se alcanzan para los distintos esquemas de fijación de cargos, según elasticidad precio²³.

6.1. Esquemas de Fijación de Cargos de Terminación considerados.

El modelo descrito en la sección IV será utilizado a fin de simular los impactos que tienen distintos esquemas de cargos de terminación en el mercado móvil peruano sobre *precios (on-net y off-net)*, *participaciones de mercado*, *pagos fijos*, *beneficios* por un lado, y sobre el *excedente del consumidor* y *bienestar total* por otro. Siendo, estos dos últimos los más relevantes porque capturan los niveles de bienestar.

En particular, se toman en cuenta 5 tipos de esquemas de fijación de cargos de terminación, a saber:

- **Cargos del 2010:** Cargos no recíprocos aplicados desde octubre 2010 en el mercado peruano, que fueron establecidos por el OSIPTEL considerando los niveles de costos de las empresas operadoras y el contexto del mercado de telefonía móvil. Los valores son aplicados de forma gradual a lo largo de 4 años (un descenso anual), hasta llegar al valor objetivo en setiembre del 3er año.
- **Cargos del 2014:** valor de los cargos que hasta el 31 de marzo aplicaron las empresas operadoras, correspondiente al último “escalón” de cargos fijados el año 2010 para el período de 4 años. Cargos No-Recíprocos²⁴.
- **Cargo Recíproco - fijado a costo:** escenario de cargos recíprocos en el que todas las empresas operadoras mantienen un mismo cargo de terminación, el mismo que es igual al costo más bajo establecido por las empresas operadoras, sin tomar en cuenta el costo del capital.
- **Cargo Recíproco - fijado al promedio de cargos:** escenario hipotético de cargos recíprocos en el que todas las empresas operadoras mantienen un mismo cargo, el mismo que es igual al promedio de los cargos de terminación.
- **Cargos diferenciados entre empresas con mayor participación y empresas con menor participación:** escenario hipotético en el que se considera

²³El lanzamiento de planes tarifarios con tarifa única demuestra los bajos o nulos efectos de externalidad de llamada.

²⁴Tales cargos fueron aplicados por las empresas hasta la fijación de los nuevos cargos de terminación vigentes a partir del 1 de abril de 2015.

un mismo cargo para las empresas operadoras con mayor participación de mercado y un cargo de terminación mayor para las empresas operadoras con menor participación²⁵. Por presentar reciprocidad dentro de cada grupo de empresas y no reciprocidad entre grupos de empresas, a este escenario se le denominará **Cargos Híbridos**.

Si bien se considera el esquema de cargos recíprocos – fijados a costo, es necesario tener en cuenta que dada la experiencia internacional, la literatura económica y el contexto por el que atraviesa el mercado de la telefonía móvil en el Perú, la implementación de este esquema de fijación de cargos no sería viable debido a la asimetría existente en las participaciones de mercado con que cuentan las empresas operadoras.

De esta manera, el análisis se concentra principalmente en los resultados que se obtendrían en el supuesto de que se implementen esquemas de *cargos recíprocos-fijado al promedio de cargos*, *cargos híbridos* o si se continúa con un esquema de *cargos no-recíprocos*.

6.2. Evaluación de los Esquemas de Fijación de Cargos de Terminación Móvil

El primer esquema considerado es el de **cargos de 2010**, escenario de equilibrio que corresponde a la fijación de cargos de terminación que realizó el OSIPTEL en el año 2010 (a^{2010})²⁶. Estos cargos de terminación son²⁷:

$$a^{2010} = (0.0773, 0.0911, 0.0815)$$

El segundo esquema considerado es el escenario de cargos de 2014, **Cargos No-Recíprocos** (a^{2014}) que toman los siguientes valores:

$$a^{2014} = (0.0325, 0.0476, 0.0473)$$

El tercer esquema considerado es el de **Cargo Recíproco-fijado a costo**; esto es:

$$a_i = a^{\text{Cargo Recíproco (Costo más bajo)}} \equiv 0.02$$

El cuarto esquema corresponde al escenario hipotético de **Cargo Recíproco-fijado al promedio de cargos**.

$$a_i = a^{\text{Cargo Recíproco (Costo promedio)}} = \bar{a}$$

²⁵La asimetría entre estos dos grupos de empresas viene dada por las significativas diferencias entre sus niveles de participación.

²⁶Se considera el escenario de equilibrio dado que tales cargos fueron asignados evaluando los modelos de costos de las empresas operadoras.

²⁷El primer componente del vector de cargos corresponde a Telefónica del Perú, el segundo a América Móvil y el último a Entel.

Finalmente, en el quinto esquema de **Cargos diferenciados entre empresas con mayor participación y empresas con menor participación (Cargos Híbridos)**, se considera un mismo cargo para el primer grupo de empresas operadoras (a_i) y otro para el segundo grupo de empresas operadoras (a_j), donde $a_i < a_j ; \forall i \neq j$.

En la siguiente sección, se evalúan los cambios en precios, pagos fijos, participaciones de mercado, beneficios y excedente del consumidor bajo el supuesto de implementación de estos distintos esquemas de fijación de cargos de terminación para la modalidad postpago. Posteriormente, en la sección 6.4, se evalúan las variables relevantes para ambas modalidades.

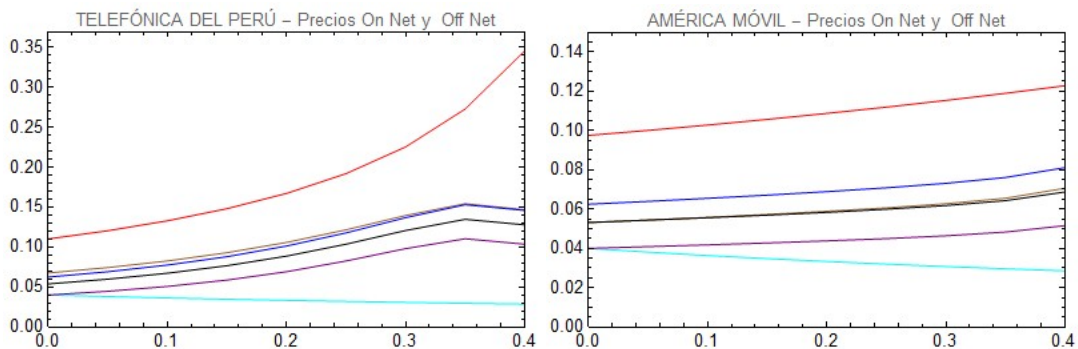
No obstante, cabe resaltar algo importante, los resultados obtenidos en la simulación del excedente del consumidor y el bienestar total reflejaron que cualitativamente el esquema *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos* ($a^{Cargo\ recíproco(Cargo\ promedio)}$) mantiene los mismos resultados si se considera un cargo recíproco diferente al promedio de cargos, a excepción del caso en que la reciprocidad sea igualada al costo más bajo.

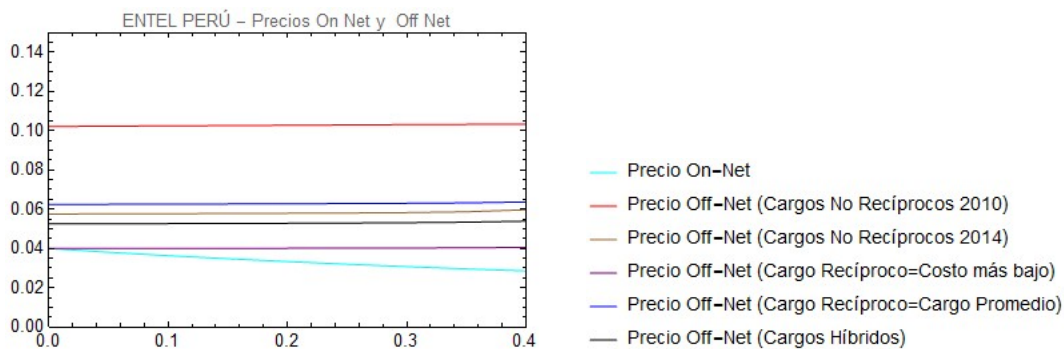
6.3. Resultados del modelo según esquemas de cargos de terminación.

A continuación se muestran los resultados de implementar los distintos esquemas de fijación de cargos discutidos sobre las variables relevantes. Respecto a los precios, se considera tanto los precios *on-net* como precios *off-net*, dado que la implementación de cargos influye en el diferencial de estos precios.

Gráfico 1: Equilibrio de Precios On-Net y Off-Net bajo diferentes esquemas de fijación de cargos de terminación – Modalidad Postpago.

(a^{2010} , a^{2014} , $a^{Cargo\ Recíproco(Costo\ más\ bajo)}$, $a^{Cargo\ Recíproco(Costo\ promedio)}$, $a^{Cargos\ Híbridos}$)





Precios. Las figuras anteriores muestran los resultados en precios *on-net* y *off-net* para esquemas de cargos de terminación (a^{2010} , a^{2014} , $a^{Cargo\ Recíproco(Costo\ más\ bajo)}$, $a^{Cargo\ Recíproco(Cargo\ promedio)}$, $a^{Cargos\ Híbridos}$) para $\beta \in [0, 0.4]$. Como es de esperar, los precios *off-net* se incrementan con el nivel del cargo de acceso y con el parámetro de externalidad de llamada.

En particular, el gráfico muestra que Entel, al tener una baja participación de mercado, tiene pocos incentivos para incrementar los precios *off-net* para mayores valores de β . Ello dado que la cantidad de llamadas originadas en su red es pequeña, por lo que el daño ocasionado por Entel a los clientes de las redes rivales es bajo. En otras palabras, la fuerza de la externalidad de llamada no es importante para empresas con baja participación de mercado en términos de fijación de precios *off-net*. Tal como se observa, los precios *off-net* más bajos se obtienen con un esquema de *cargo recíproco - fijado a costo*, independientemente de la empresa operadora.

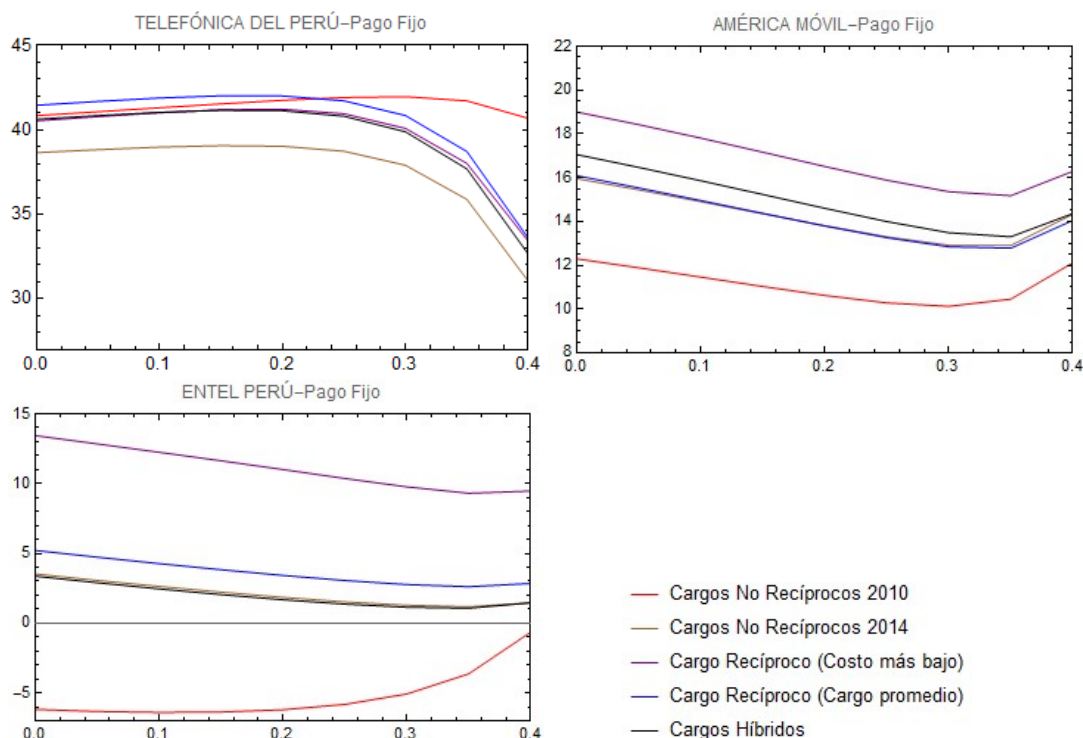
El esquema de *cargos híbridos* es el que más se asemeja a un esquema de *cargo recíproco - fijado a costo* y, por lo tanto, es el esquema que mantiene los precios *off-net* más bajos, independientemente del nivel de externalidad de llamada. Así, de acuerdo a la simulación, los precios *off-net* que fijan las empresas operadoras son más bajos y más estables con una fijación de cargos híbridos respecto al caso en el que se implementa *cargos no-recíprocos* o *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos*.

Pagos Fijos. Bajo el supuesto de expectativas utilizado, en términos globales se ha detectado la existencia de un leve *efecto cama de agua* para el caso peruano²⁸. Este efecto sería muy leve salvo para la empresa líder (Telefónica) en cuyo caso este efecto no se observa. Dicho efecto podría incrementarse si el regulador implementa una fijación de *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos*.

²⁸ Algunos autores han definido el efecto cama de agua como la comunicación entre mercados mayoristas y minoristas. Según dichos autores, si los cargos de acceso son insuficientes, las empresas operadoras lo compensarán con mayores precios minoristas, como por ejemplo mayores pagos fijos.

Gráfico 2: Equilibrio de *Pagos Fijos* bajo diferentes esquemas de fijación de cargos de terminación – Modalidad Postpago.

$(a^{2010}, a^{2014}, a^{Carga\ Recíproco(Costo\ más\ bajo)}, a^{Carga\ Recíproco(Cargo\ promedio)}, a^{Cargos\ Híbridos})$



Los resultados de la simulación demuestran que los pagos fijos son más bajos con cargos terminación *no-recíprocos* o con *cargos híbridos* que los obtenidos bajo un esquema de cargo recíproco-fijado al promedio de cargos.

Participación de Mercado. Las participaciones de mercado son afectadas por los cargos de terminación a través del impacto que estos tienen sobre los precios. El siguiente gráfico muestra el referido efecto sobre las participaciones de mercado para diferentes valores de β .

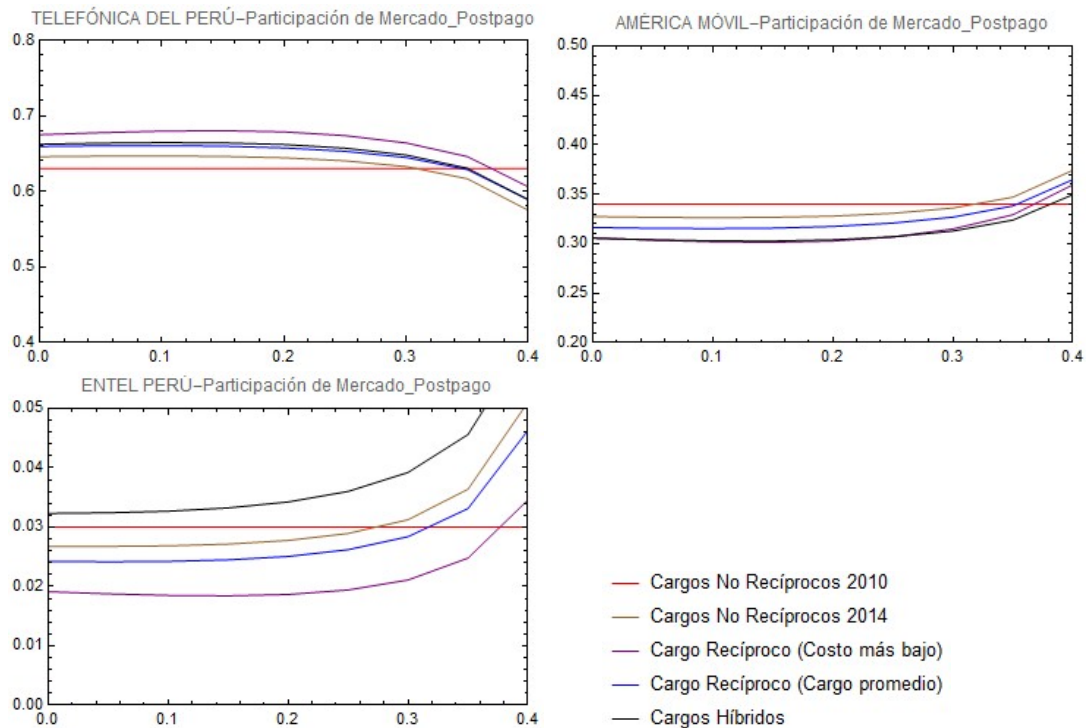
Considerando los cargos de terminación $(a^{2010}, a^{2014}, a^{Carga\ Recíproco(Costo\ más\ bajo)}, a^{Carga\ Recíproco(Cargo\ promedio)}, a^{Cargos\ híbridos})$, la participación de mercado del operador más grande se incrementa a medida que el cargo de terminación decrece. Para el caso peruano, esto ocurre para parámetros de externalidad de llamada menores a 0.3. Contrariamente, las participaciones de las empresas operadoras con menor participación se reducen. La razón detrás de este resultado es que dado que la reducción de los cargos de terminación disminuye los incentivos de las firmas por competir por una mayor participación de mercado, esto es aprovechado por el operador grande

para incrementar su participación.

Además, la implementación de *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos* incrementa la brecha de participación de mercado entre los operadores. Esto es, la empresa más grande obtiene mayor participación a costa de la reducción de participación de las empresas más pequeñas. Sin embargo, con la fijación de *cargos no-recíprocos y cargos híbridos* la brecha de participaciones de mercado es menor.

Gráfico 3: Equilibrio de Participaciones de Mercado bajo diferentes esquemas de cargos de terminación- Modalidad Postpago

(a^{2010} , a^{2014} , $a^{\text{Cargo Recíproco (Costo más bajo)}}$, $a^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}}$, $a^{\text{Cargos Híbridos}}$)



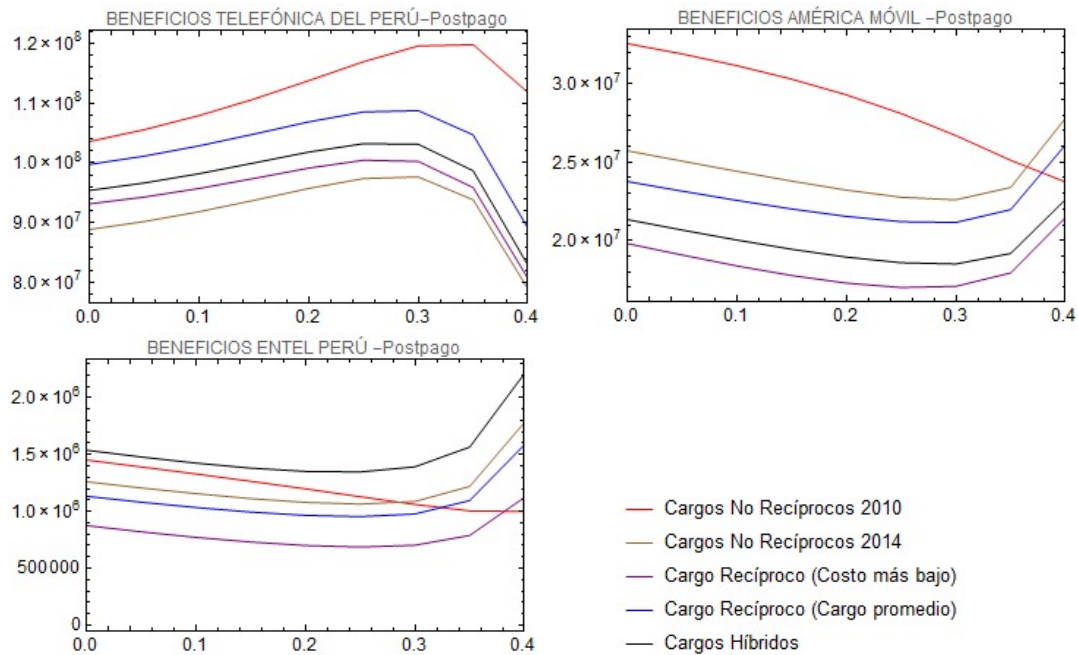
Beneficios. Tal como se muestra en el gráfico 4, los beneficios de las empresas operadoras son crecientes respecto al cargo de acceso. Los beneficios para el operador más grande se incrementan con el parámetro de externalidad de llamada y empiezan a reducirse a partir del valor de externalidad calibrado; mientras que, los beneficios de las empresas con participaciones más bajas se reducen. Asimismo, se puede apreciar que los cambios en los beneficios coinciden con las ganancias y pérdidas en las participaciones de mercado señaladas en el gráfico anterior.

Con un esquema de *cargos híbridos*, las empresas operadoras con mayor participación obtienen beneficios similares a los que se obtienen con un esquema de *cargo*

recíproco - fijado a costo, y las empresas entrantes reciben beneficios superiores a cualquier otro esquema de cargos.

Gráfico 4: Equilibrio de Beneficios por empresa bajo diferentes esquemas de cargos de terminación – Modalidad Postpago

(a^{2010} , a^{2014} , $a^{Carga Recíproco(Costo más bajos)}$, $a^{Carga Recíproco(Cargo promedio)}$, $a^{Cargos Híbridos}$)

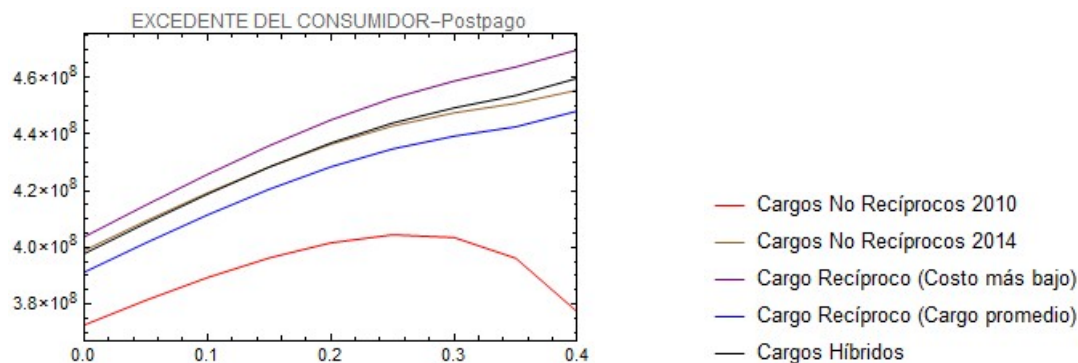


Excedente del Consumidor. Tal como se muestra en el siguiente gráfico, el excedente del consumidor se incrementa a medida que se reducen los cargos de terminación. Los esquemas de fijación de cargos con los que el usuario alcanza los mayores niveles de excedente corresponden a los esquemas de *cargos no-recíprocos* y *cargos híbridos*²⁹. Es en este último esquema en el que el usuario recibe el máximo excedente, siendo muy similar al obtenido con *cargo recíproco - fijado a costo*. Un escenario de *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos* arroja resultados menos favorables para el consumidor.

²⁹No obstante, cabe resaltar que el excedente del consumidor máximo se logra con un esquema de cargo recíproco-fijado a costo.

Gráfico 5: Equilibrio de Excedente del Consumidor bajo diferentes regímenes de cargos de terminación – Modalidad Postpago

$(a^{2010}, a^{2014}, a^{\text{Cargos Recíprocos (Costo más bajo)}, a^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}, a^{\text{Cargos Híbridos}})$



6.4. Comparación de esquemas de fijación de cargos de terminación: *Cargo Recíproco-fijado al promedio de cargos vs Cargos Híbridos vs Cargos No-Recíprocos*

En esta sección se comparan los impactos sobre el excedente del consumidor y bienestar total que resultan de aplicar *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos* $a^{\text{Cargo Recíproco(cargo promedio)}}$, *cargos no-recíprocos* (a^{2014}) y *cargos híbridos* ($a^{\text{Cargos híbridos}}$).

Como se mencionó anteriormente, los resultados obtenidos en la simulación del excedente del consumidor y el bienestar total para el caso de *cargo recíproco-fijado al promedio de cargos* ($a^{\text{Cargo Recíproco(cargo promedio)}}$) mantiene los mismos resultados que cualquier otro escenario donde se planteen cargos iguales para todos los operadores, a excepción de la reciprocidad igualada al costo más bajo.

El análisis se desarrolla para la modalidad postpago y prepago. Como se indicara en la primera sección, los cargos de terminación considerados como periodo base o de equilibrio corresponden a los cargos fijados para el año 2010 (a^{2010}).

6.4.1. Modalidad Postpago

El objetivo es comparar los impactos de implementar posibles esquemas de fijación de cargos partiendo de un esquema de fijación de cargos no recíprocos (a^{2010}), para distintos niveles de elasticidad de la demanda $\xi = \{0.3, 0.5, 0.7\}$ y externalidades de llamada $\beta \in \{0, 0.4\}$.

**Cuadro 1: Variaciones en Excedente del Consumidor y Bienestar Total
Modalidad Postpago**

$$(a^{2014}, a^{Carga\ Rec\acute{i}proco(Carga\ promedio)}, a^{Cargos\ H\acute{i}bridos})$$

| | | Var% Respecto a Cargos de 2010 | Esquema de Fijaci3n de Cargos | | Externalidad de Llamada: β | | | | | | | | |
|-------------|------------|--|-------------------------------|--|----------------------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | | 0 | 0.05 | 0.1 | 0.15 | 0.2 | 0.25 | 0.3 | 0.35 | 0.4 |
| $\xi = 0.3$ | Var. % TCS | Cargos 2014 | | | 5.11 | 5.25 | 5.41 | 5.61 | 5.86 | 6.18 | 6.68 | 7.61 | 9.94 |
| | | Cargos Rec\acute{i}procos (Carga Promedio) | | | 3.59 | 3.77 | 3.96 | 4.17 | 4.42 | 4.73 | 5.20 | 6.07 | 8.30 |
| | | Cargos H\acute{i}bridos | | | 4.86 | 5.06 | 5.29 | 5.55 | 5.85 | 6.23 | 6.80 | 7.82 | 10.32 |
| | Var. % W | Cargos 2014 | | | 0.57 | 0.68 | 0.81 | 0.97 | 1.16 | 1.41 | 1.76 | 2.36 | 3.83 |
| | | Cargos Rec\acute{i}procos (Carga Promedio) | | | 0.74 | 0.85 | 0.99 | 1.16 | 1.35 | 1.60 | 1.94 | 2.52 | 3.93 |
| | | Cargos H\acute{i}bridos | | | 0.76 | 0.90 | 1.06 | 1.26 | 1.49 | 1.79 | 2.19 | 2.85 | 4.38 |
| $\xi = 0.5$ | Var. % TCS | Cargos 2014 | | | 7.07 | 7.35 | 7.69 | 8.11 | 8.67 | 9.50 | 10.91 | 13.81 | 20.78 |
| | | Cargos Rec\acute{i}procos (Carga Promedio) | | | 5.01 | 5.32 | 5.69 | 6.12 | 6.69 | 7.50 | 8.87 | 11.72 | 18.82 |
| | | Cargos H\acute{i}bridos | | | 6.77 | 7.14 | 7.58 | 8.11 | 8.79 | 9.75 | 11.35 | 14.51 | 21.89 |
| | Var. % W | Cargos 2014 | | | 0.90 | 1.09 | 1.31 | 1.58 | 1.94 | 2.45 | 3.28 | 5.02 | 9.81 |
| | | Cargos Rec\acute{i}procos (Carga Promedio) | | | 1.11 | 1.31 | 1.54 | 1.83 | 2.19 | 2.70 | 3.51 | 5.22 | 9.98 |
| | | Cargos H\acute{i}bridos | | | 1.15 | 1.38 | 1.65 | 1.98 | 2.41 | 2.98 | 3.90 | 5.72 | 10.47 |
| $\xi = 0.7$ | Var. % TCS | Cargos 2014 | | | 8.61 | 9.04 | 9.57 | 10.25 | 11.21 | 12.69 | 15.35 | 20.82 | 32.09 |
| | | Cargos Rec\acute{i}procos (Carga Promedio) | | | 6.14 | 6.60 | 7.15 | 7.85 | 8.80 | 10.27 | 12.90 | 18.45 | 30.39 |
| | | Caso H\acute{i}brido | | | 8.29 | 8.85 | 9.51 | 10.35 | 11.48 | 13.20 | 16.17 | 22.10 | 34.30 |
| | Var. % W | Cargos 2014 | | | 1.21 | 1.47 | 1.79 | 2.19 | 2.74 | 3.58 | 5.11 | 8.61 | 18.61 |
| | | Cargos Rec\acute{i}procos (Carga Promedio) | | | 1.46 | 1.74 | 2.07 | 2.48 | 3.04 | 3.87 | 5.38 | 8.83 | 18.76 |
| | | Cargos H\acute{i}bridos | | | 1.51 | 1.83 | 2.21 | 2.69 | 3.32 | 4.24 | 5.86 | 9.37 | 19.15 |

Nota: El Excedente del Consumidor total $TCS = M * CS$ y el Bienestar Total $W = TCS + \sum_{i=1}^3 \pi_i$.

Del cuadro anterior se deduce que la implementaci3n de esquemas de *cargos no-rec\acute{i}procos* o *cargos h\acute{i}bridos* conlleva a un mayor excedente del consumidor que la implementaci3n de *cargo rec\acute{i}proco-fijado al promedio de cargos* (o sus similares), para cualquier nivel de elasticidad precio y cualquier par\ametro de externalidad de llamada β .

Sin embargo, para niveles cercanos al valor de externalidad de llamada calibrado ($\beta^* = 0.365$), el esquema de *cargos h\acute{i}bridos* presenta siempre mejores resultados que el esquema de *cargos no rec\acute{i}procos* en t\erminos de excedente del consumidor. Incluso, el esquema de *cargos h\acute{i}bridos* arroja mejores resultados desde un valor de externalidad de llamada de 0.2. Por ende, seg\un las estimaciones, respecto a los cargos fijados para el a\no 2010, el consumidor tiene un mayor bienestar con un esquema de *cargos h\acute{i}bridos* que con cualquier otro esquema de fijaci3n de cargos.

Respecto al bienestar total, los mayores niveles tambi\en se presentan con un esquema de *cargos h\acute{i}bridos* para todo nivel de elasticidad y externalidad de llamada.

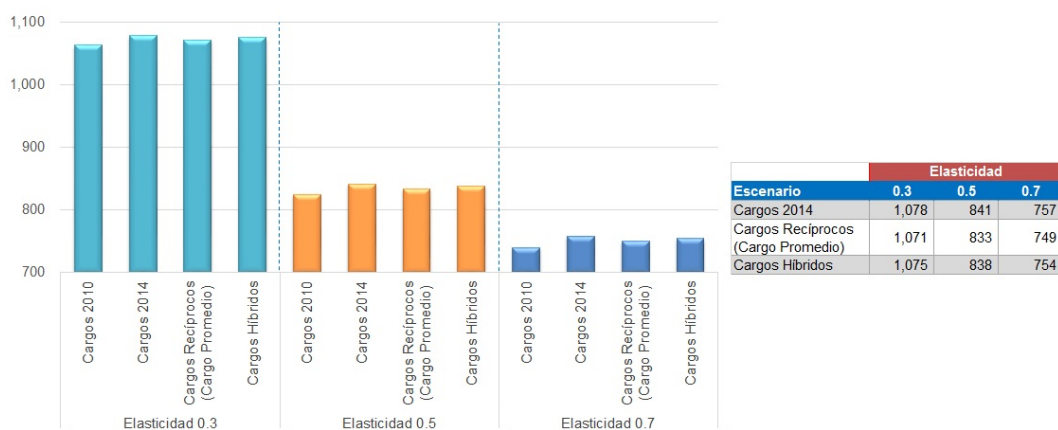
6.4.2. Modalidad Prepago

En esta secci3n, el objetivo es comparar los niveles que se alcanzan de excedente del consumidor y bienestar total bajo los esquemas de cargos mencionados, para niveles de elasticidad de la demanda de 0.3, 0.5 y 0.7. Los niveles se muestran en los gr\aficos que siguen a continuaci3n:

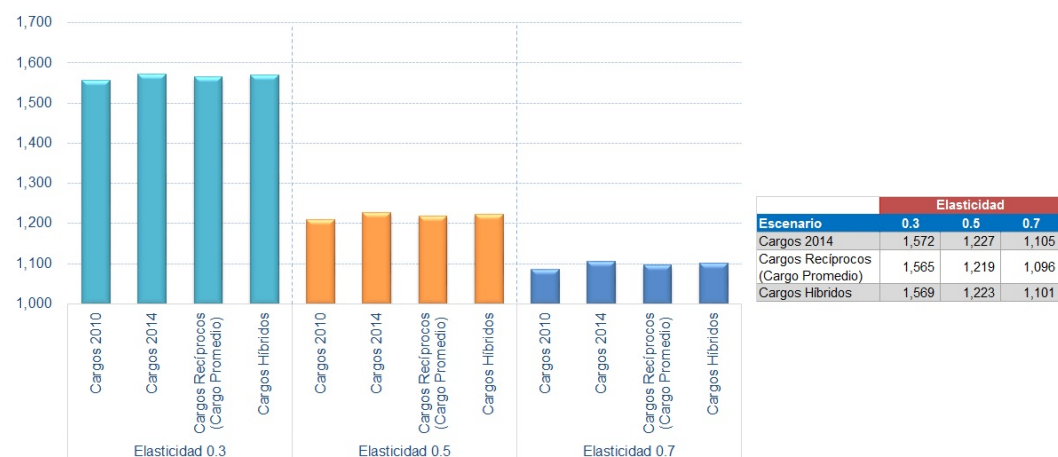
Gráfico 6: Niveles de Excedente del Consumidor y Bienestar Total Modalidad Prepago

(a^{2010} , a^{2014} , $a^{Carga Recíproca}$ (Carga promedio), $a^{Cargos Híbridos}$)

Excedente del Consumidor (En millones de Soles)



Bienestar Total (En millones de Soles)



Del gráfico 6 se observa que, los niveles más altos de excedente del consumidor y bienestar total se alcanzan con esquemas de *cargos híbridos* y *cargos no-recíprocos*; mientras que, los niveles más bajos se alcanzan con un esquema de *cargos recíprocos*. Los cuadros adyacentes al gráfico muestran los niveles de excedente del consumidor y bienestar total para cada uno de los esquemas de cargos y para niveles de elasticidad de demanda de 0.3, 0.5 y 0.7.

7. Conclusiones.

El modelo descrito se utilizó para evaluar los impactos que conlleva la implementación de distintos esquemas de cargos de terminación de llamadas. Para ello, se utilizaron como esquemas: *cargo recíproco - fijado al promedio de cargos*, *cargos no-recíprocos*, *cargos híbridos* y *cargo recíproco - fijado a costo*. El modelo fue calibrado con datos de Perú y fue extendido para que refleje de mejor manera las condiciones existentes en el mercado peruano.

De acuerdo a los resultados del modelo, el esquema de fijación de cargos que presenta los mejores resultados en la modalidad postpago, respecto a incrementos en el excedente del consumidor y bienestar total, corresponde a los *cargos híbridos* para cualquier nivel de elasticidad precio y parámetro de externalidad de llamada; mientras que, en la modalidad prepago, los mejores resultados se obtienen con *cargos híbridos* y *cargos no recíprocos* (casi de manera similar), para cualquier nivel de elasticidad precio. Además, tales esquemas de cargos de terminación son los que arrojaron resultados más estables en términos de cambios en *precios*, *pagos fijos* y *participación de mercado*, para cualquier parámetro de externalidad de llamada.

No obstante, según los resultados y los datos de la telefonía móvil en el Perú, el cambio en el bienestar social estimado es mucho mayor en la modalidad postpago que el cambio en el bienestar obtenido en la modalidad prepago. Asimismo, se debe considerar que el número de líneas de la modalidad postpago ha venido en aumento a lo largo de los últimos años.

El supuesto de *self-fulfilling expectations* conlleva a una baja probabilidad de que se produzca un *efecto cama de agua*. Al respecto, tal como indican Hurkens y López (2011), en una industria conformada por empresas con distinta participación de mercado no siempre la reducción de cargos de terminación se deriva en un incremento del pago fijo. Además, en caso de que ocurra, su efecto no es relevante. En particular, el operador con mayor participación reduce su pago fijo cuando la externalidad de la llamada es fuerte.

Bibliografía

- [1] AMSTRONG, M. (1998), “*Network interconnection in telecommunications. Economic Journal*”, Vol. 108, 545-564. Disponible en: <http://www.jstor.org/stable/pdf/2565782.pdf>
- [2] BEREC (2014), Termination Rates Benchmark Snapshot.
- [3] BERGER, U. (2004), “*Access Charges in the Presence of Call Externalities*”. B.E. Journal of Economic Analysis & Policy.
- [4] BERGER, U. (2005), “*Bill-and-Keep vs. Cost-Based Access Pricing Revisited*”. *Economics Letters*, 86(1). Disponible en: <http://econwpa.repec.org/eps/io/papers/0408/0408002.pdf>
- [5] CALZADA, J. & TRILLAS, F. (2005), “*Los Precios de Interconexión en las Telecomunicaciones: de la teoría a la práctica*”.
- [6] CASTRO, F. (2013), “*Estudio de la regulación de cargos de acceso en telefonía móvil y una propuesta para Colombia*”. – Fedesarrollo.
- [7] CRC (2014), “*Revisión de cargos de acceso de las redes móviles*”. Documento de soporte. Comisión Europea (CE) (2009a), “*Commission Recommendation on the Regulatory Treatment of Fixed and Mobile Termination Rates in the EU*”. Disponible en: <https://goo.gl/rPAJBx>
- [8] CARTER, M., & WRIGHT, J. (1999), “*Interconnection in Network Industries*”. Disponible en: <http://www.econ.canterbury.ac.nz/downloads/interconn.pdf>
- [9] CARTER, M., & WRIGHT, J. (2003), “*Asymmetric Network Interconnection*”. Disponible en: <http://goo.gl/Jueo2s>
- [10] DE BIJL, P., PEITZ, M. (2002), “*New competition in telecommunications markets: regulatory pricing principles*”. Disponible en: <http://goo.gl/m2qEeO>
- [11] DE BIJL, P., PEITZ, M. (2004), “*Dynamic Regulation and Entry in Telecommunications Markets: A Policy Framework*”. Disponible en: <http://goo.gl/m2qEeO>
- [12] DE GRABA, P. (2002), “*Bill and Keep as the Efficient Interconnection Regime A Reply*”. *Review of Network Economics*, 1(1), 61-65. Disponible en: <https://ideas.repec.org/a/bpj/rneart/v1y2002i1n4.html>
- [13] ERG.(2008), *ERG’s Common Position on symmetry of fixed call termination rates and symmetry of mobile call termination rates*. ERG (07).
- [14] GENAKOS, C., VALLETTI, T. (2007), “*Testing the waterbed effect in Mobile Telephony*”. CEP Discussion Paper No 827. Disponible en: <https://ideas.repec.org/p/cep/cepdps/dp0827.html>

-
- [15] GEOFFRON, P. , WANG, H. (2008), *What mobile termination regime for asymmetric firms with a calling club effect?*. International Journal of Management and Networks Economics. Disponible en: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1088290
- [16] GROWITSCH, C., MARCUS, J.S., & WERNICK, C. (2010), *The Effects of Lower Termination Rates (MTRs) on Retail Price and Demand*. “Welfare Analysis of Regulating Mobile Termination Rates in the UK. Disponible en: <http://goo.gl/m5xO3W>
- [17] HARBORD, D., HOERNIG, S. (2012) “Welfare Analysis of Regulating Mobile Termination Rates in the UK”. Disponible en: <http://goo.gl/m5xO3W>
- [18] HARBORD, D., PAGNOZZI, M. (2010), “Network-based price discrimination and Bill & Keep vs. Cost-Based regulation of mobile termination rates”. Review of Network Economics, Vol. 9 (1). Disponible en: <http://market-analysis.co.uk/PDF/Topical/harbordpagnozzirnemarch2010.pdf>
- [19] HARBORD, D. (2010), “Efectos de la Reducción de Tarifas de Terminación Móvil sobre el Bienestar en el Mercado de las Telecomunicaciones de México”. Market Analysis Ltd. Disponible en: <http://market-analysis.co.uk/PDF/Academic/TrimestreEconomicoHarbordHoernig.pdf>
- [20] HURKENS, S., LÓPEZ, A. (2010), “Mobile Termination, Network Externalities, and Consumer Expectations”. Graduate School of Economics, Barcelona. Disponible en: <http://goo.gl/cP5R1M>
- [21] HURKENS, S., LÓPEZ, A. (2011), “The Welfare Effects of Mobile Termination Rate Regulation in Asymmetric Oligopolies: The Case of Spain”. Net Institute. Disponible en: <http://digital.csic.es/bitstream/10261/58492/1/The%20welfareeffects.pdf>
- [22] KATZ, M.L., SHAPIRO, C.S. (1985), “Network Externalities, Competition, and Compatibility”. American Economic Association. Disponible en: <http://goo.gl/RjcPGN>
- [23] LAFFONT, J., TIROLE, J., REY, P. (1998), “Network competition: Overview and nondiscriminatory pricing”. RAND Journal of Economics, Vol. 29 (1), 1-37. Disponible en: <http://www.jstor.org/stable/pdf/2555814.pdf?acceptTC=true>
- [24] LEE, J., LEE, D. (2012), “Asymmetry of mobile termination rates and the Waterbed effect”. Vienna, Austria: 23rd European Regional Conference of the International Telecommunication Society. Disponible en: <https://ideas.repec.org/p/zbw/itse12/60353.html>
- [25] LITTLECHILD, S. (2006), “Mobile Termination Charges: Calling Party Pays versus Receiving Party Pays”. Telecommunications Policy, 30(5-6), 242- 277.
- [26] MC FADDEN, D. (1977), “Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior”. Disponible en: <http://goo.gl/XSZ0Fa>

-
- [27] OFCOM. (2009), “*Regulating Mobile Call Termination Rates*”. ACE, Berlín.
- [28] QUIGLEY, N. & I. Vogelsang (2003), “*Interconnection Pricing: Bill and Keep Compared to TSLRIC*”. Charles River Associates (Asia Pacific) Ltd. Disponible en: <http://goo.gl/jLx589>
- [29] SMALL, K.A., ROSEN, H.S. (1981), “*Applied Welfare Economics with Discrete Choice Models*”. *Econometrika*. Disponible en: <http://www.jstor.org/stable/pdf/1911129.pdf>
- [30] UIT. (2009), Mobile Termination Rates: “*To regulate or not regulate?*”. Regulatory and Market Environment Division. Disponible en: <https://www.itu.int/pub/D-PREF-EF.MTR/es>
- [31] VALLETTI, T. & G. HOUPIS (2005), “*Mobile Termination: What is the ‘Right’ Charge?*”. *Journal of Regulatory Economics*, 28(3), 235-258. Disponible en: http://userpage.fu-berlin.de/~jmueller/its/conf/berlin04/Papers/Houpis_Valletti.pdf
- [32] VOGELSANG, I. (2003), “*Price Regulation of Access to Telecommunications Networks*”. *Journal of Economic Literature*, 41 (3): 830-862. Disponible en: <http://www.jstor.org/stable/pdf/3217533.pdf>
- [33] WILLIG, R. “*Consumer’s Surplus Without Apology*” *The American Economic Review*, Vol. 66. No. 4, 589-597. Disponible en: <http://www.jstor.org/stable/1806699>

Anexos: Derivaciones de ecuaciones del modelo³⁰.

A.1. Derivación de participación de mercado (Función Logit Multinomial)

Según el axioma de independencia de alternativas irrelevantes (IIA),

$$P(X/S, \{x, y\})P(Y/S, B) = P(Y/S, \{x, y\})P(X/S, B)$$

$$\frac{P_{yx}}{P_{xy}} = \frac{P(Y/S, \{x, y\})}{P(X/S, \{x, y\})} = \frac{P(Y/S, B)}{P(X/S, B)}$$

$$P(Y/S, B) = \frac{P_{yx}}{P_{xy}}P(X/S, B)$$

Además se sabe que:

$$\begin{aligned} \sum_{y \in B} P(Y/S, B) &= 1 ; \bigcup Y_i = B \\ &\rightarrow \sum_{y \in B} \frac{P_{yx}}{P_{xy}} P(X/S, B) = 1 \\ &\rightarrow P(X/S, B) = \frac{1}{\sum_{y \in B} (P_{yx}/P_{xy})} \end{aligned} \quad (1)$$

Dado que se puede expresar:

$$\begin{aligned} P(Y/S, B) &= \frac{P_{yz}}{P_{zy}} P(Z/S, B) \\ P(X/S, B) &= \frac{P_{xz}}{P_{zx}} P(Z/S, B) \\ \rightarrow \frac{P_{yx}}{P_{xy}} &= \frac{P(Y/S, B)}{P(X/S, B)} = \frac{(P_{yz}/P_{zy})}{(P_{xz}/P_{zx})} \end{aligned} \quad (2)$$

Asumiendo que:

$$V(S, X, Z) = \log(P_{xz}/P_{zx}) = \log P_{xz} - \log P_{zx}$$

$$V(S, X, Z) = V(S, X) - V(S, Z)$$

Entonces:

$$\frac{P_{xz}}{P_{zx}} = \exp[V(S, X, Z)]$$

³⁰La mayoría de las derivaciones son realizadas principalmente para la modalidad postpago.

Reemplazando (2) en (1):

$$P(X/S, B) = \frac{1}{\sum_{y \in B} \frac{(P_{yz}/P_{zy})}{(P_{xz}/P_{zx})}} \quad (3)$$

$$P(X/S, B) = \frac{e^{V(S,X,Z)}}{\sum_{y \in B} e^{V(S,X,Z)}}$$

Sabiendo que:

$$U_i = w_i + \mu \varepsilon_i$$

$$U_j = w_j + \mu \varepsilon_j$$

El consumidor se suscribirá a la red "i" si:

$$U_i > U_j \rightarrow w_i + \mu \varepsilon_i > w_j + \mu \varepsilon_j$$

La probabilidad de suscribirse a la red "i" estará dada por:

$$P(\varepsilon_j - \varepsilon_i < \frac{w_i - w_j}{\mu})$$

Dado que en un *Logit Multinomial* la opción base se hace cero, entonces:

$$P(\varepsilon_j - \varepsilon_i < \frac{w_i}{\mu}) = F(w_i/\mu) = P_{ij} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3), tenemos:

$$P(X/S, B) = \alpha = \frac{P_{xz}/P_{zx}}{\sum_{y \in B} (P_{yz}/P_{zy})}$$

$$\alpha = \frac{F(w_x/\mu)/F(w_z/\mu)}{\sum F(w_y/\mu)/F(w_z/\mu)}$$

$$\alpha = \frac{F(w_x/\mu)}{\sum F(w_y/\mu)} \cdot \frac{F(w_z/\mu)}{\sum_y F(w_z/\mu)}$$

$$\alpha = \frac{F(w_x/\mu)}{\sum F(w_y/\mu)}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\exp(w_i/\mu)}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)}$$

A.2. Cálculo del Precio On-net

Función de Beneficios del Operador “i”:

$$\pi_i = \alpha_i M(\alpha_i R(p_{ii})) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) + F_i - f \quad (1)$$

Utilidad del consumidor por suscribirse al operador “i” y “j”

$$w_i = \gamma_i + \beta_i [v(p_{ii}) + \bar{u}(q(p_{ii}))] + \sum_{j \neq i} \beta_j v(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \beta_j \bar{u}(q(p_{ji})) - F_i \quad (2)$$

$$w_j = \gamma_j + \beta_j [v(p_{jj}) + \bar{u}(q(p_{jj}))] + \sum_{i \neq j} \beta_i v(p_{ji}) + \sum_{i \neq j} \beta_i \bar{u}(q(p_{ij})) - F_j \quad (3)$$

Diferenciando (2):

$$dw_i = \beta_i \left[\frac{dv(p_{ii})}{dp_{ii}} dp_{ii} + \beta \frac{du(p_{ii})}{dp_{ii}} dp_{ii} \right] - dF_i \quad (4)$$

Además se tiene que:

$$\frac{dv(p)}{dp} = -q(p) \quad y \quad \frac{du(p)}{dp} = \frac{dq(p)}{dp} \cdot p \quad (5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$0 = \beta_i [-q(p_{ii}) dp_{ii} + \beta p_{ii} \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}} dp_{ii}] - dF_i \rightarrow \frac{dF_i}{dp_{ii}} = \beta_i [-q(p_{ii}) + \beta p_{ii} \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}}] \quad (6)$$

Derivando (1) respecto al Precio On-Net (p_{ii})

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_{ii}} = \alpha_i M[(p_{ii} - c) \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}} + q(p_{ii}) + \frac{dF_i}{dp_{ii}}]$$

Reemplazando (6)

$$\alpha_i M[(p_{ii} - c) \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}} + q(p_{ii}) - \beta_i q(p_{ii}) + \beta_i \beta p_{ii} \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}}] = 0$$

Reemplazando: $\beta_i = \alpha_i$

$$[\alpha_i (p_{ii} - c) \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}} + \alpha_i q(p_{ii}) - \alpha_i q(p_{ii}) + \alpha_i \beta p_{ii} \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}}] = 0$$

$$\alpha_i \frac{dq(p_{ii})}{dp_{ii}} [(p_{ii} - c) + \beta p_{ii}] = 0$$

$$(p_{ii} - c) + \beta p_{ii} = 0$$

$$\Rightarrow p_{ii} = \frac{c}{1 + \beta}$$

A.3. Cálculo del Precio *Off-net*

$$dw_i = \sum_{j \neq i} \beta_j \frac{dv(p_{ij})}{dp_{ij}} dp_{ij} - dF_i \quad (7)$$

$$dw_j = \beta_i \beta \frac{du(p_{ij})}{dp_{ij}} dp_{ij} \quad (8)$$

Igualando (7) y (8) y reemplazando (5).

$$\begin{aligned} dw_i &= dw_j \\ \sum_{j \neq i} \beta_j \frac{dv(p_{ij})}{dp_{ij}} dp_{ij} - dF_i &= \beta_i \beta \frac{du(p_{ij})}{dp_{ij}} dp_{ij} \\ \frac{dF_i}{dp_{ij}} &= - \sum_{j \neq i} \beta_j q(p_{ij}) - \beta_i \beta p_{ij} \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} \end{aligned} \quad (9)$$

Derivando (1) respecto al Precio *Off-net* (p_{ij})

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_{ij}} = \alpha_i M \left[\sum_{j \neq i} \alpha_j (p_{ij} - c - m_j) \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} + \sum_{j \neq i} \alpha_j q(p_{ij}) + \frac{dF_i}{dp_{ij}} \right]$$

Reemplazando (9)

$$\alpha_i M \left[\sum_{j \neq i} \alpha_j (p_{ij} - c - m_j) \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} + \sum_{j \neq i} \alpha_j q(p_{ij}) - \sum_{j \neq i} \beta_j q(p_{ij}) - \beta_i \beta p_{ij} \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} \right] = 0$$

Reemplazando: $\beta_i = \alpha_i$ y $\beta_j = \alpha_j$

$$\sum_{j \neq i} \alpha_j (p_{ij} - c - m_j) \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} + \sum_{j \neq i} \alpha_j q(p_{ij}) - \sum_{j \neq i} \alpha_j q(p_{ij}) - \alpha_i \beta p_{ij} \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} = 0$$

$$\sum_{j \neq i} \alpha_j (p_{ij} - c - m_j) \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} - \alpha_i \beta p_{ij} \frac{dq(p_{ij})}{dp_{ij}} = 0$$

$$\sum_{j \neq i} \alpha_j (p_{ij} - c - m_j) - \alpha_i \beta p_{ij} = 0$$

$$p_{ij} (\sum_{j \neq i} \alpha_j - \alpha_i \beta) = \sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)$$

Se tiene que: $\sum_{j \neq i} \alpha_j = 1 - \alpha_i$

$$p_{ij} (1 - \alpha_i - \alpha_i \beta) = \sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)$$

$$\Rightarrow p_{ij} = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)}{1 - (1 + \beta) \alpha_i}$$

A.4. Derivación de Pagos Fijos y sus efectos sobre participación de mercado

- Efecto de F_i sobre α_i

$$\alpha_i = \frac{\exp(w_i/\mu)}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = \frac{\exp[w_i/\mu] * (-\frac{1}{\mu}) * (\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)) + \exp[w_i/\mu] * (\exp[w_i/\mu] * (-\frac{1}{\mu}))}{(\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu))^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)} - \left(\frac{\exp(w_i/\mu)}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)} \right)^2 \right] \rightarrow -\frac{1}{\mu} [\alpha_i - \alpha_i^2]$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\frac{1}{\mu} [\alpha_i - \alpha_i^2] = -\frac{1}{\mu} [\alpha_i(1 - \alpha_i)] \quad (10)$$

- Efecto de F_i sobre α_j

$$\alpha_j = \frac{\exp(w_j/\mu)}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)} \rightarrow \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \frac{-\exp[w_j/\mu] * (-\frac{1}{\mu}) * \exp[w_i/\mu]}{(\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu])^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \left(\frac{1}{\mu}\right) * \frac{\exp(w_j/\mu)}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)} * \frac{\exp(w_i/\mu)}{\sum_{k=1}^n \exp(w_k/\mu)}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \frac{\alpha_j \alpha_i}{\mu} \quad (11)$$

Derivando (1) respecto a F_i :

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} [\alpha_i R(p_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) + F_i - f] +$$

$$\alpha_i \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} R(p_{ii}) + \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} \sum_{j \neq i} \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} \sum_{j \neq i} m_i q(p_{ji}) + 1 \right] = 0$$

Reemplazando (10) y (11)

$$-\frac{\alpha_i(1 - \alpha_i)}{\mu} [\alpha_i R(p_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) + F_i - f] +$$

$$\alpha_i \left[-\frac{\alpha_i(1 - \alpha_i)}{\mu} R(p_{ii}) + \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) + 1 \right] = 0$$

$$\rightarrow \frac{\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu}R(p_{ii}) + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} (F_i - f) +$$

$$\frac{\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu}R(p_{ii}) - \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) - 1 = 0$$

$$\rightarrow \frac{2\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu}R(p_{ii}) - \frac{2\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{1}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{2\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) +$$

$$\frac{1}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) - 1 + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} (F_i - f) = 0$$

Multiplicando por $\frac{\mu}{(1-\alpha_i)}$

$$2\alpha_i R(p_{ii}) - \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) +$$

$$\frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) - \frac{\mu}{(1-\alpha_i)} + (F_i - f) = 0$$

$$\Rightarrow F_i = f + \frac{\mu}{(1-\alpha_i)} - 2\alpha_i R(p_{ii}) + \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji})$$

$$- \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji})$$