Modelo de acceso y uso de telefonía en un contexto de incertidumbre en los ingresos

Kristian López

Resumen

Este documento presenta un marco teórico sencillo para analizar el rol del nivel y la incertidumbre del ingreso como determinantes de la demanda de telefonía fija en términos de acceso y uso. En particular se muestra como un incremento de la incertidumbre en el ingreso desincentiva el acceso y el uso del servicio de telefonía por parte de los hogares. Además, a manera de ejemplo, se desarrolla un ejercicio de simulación para una población de hogares los cuales tienen iguales preferencias pero están afectos a una distribución del ingreso

Palabras Clave: Nonlinear Pricing, Telephone Access, Three-Part Tariffs, Uncertainty, Income Distribution.

Subgerencia de Investigación
Gerencia de Políticas Regulatorias
OSIPTEL

Índice

1 Introducción 2
2 El modelo teórico 3
  a. Modelo determinístico 3
  b. Modelo con incertidumbre en el ingreso 9
3 Análisis de acceso basado en simulaciones 12
4 Conclusiones 14
5 Bibliografía 16
6 Anexos 17

Modelo de acceso y uso de telefonía en un contexto de incertidumbre en los ingresos[1]

Kristian López[2]

1. Introducción

Este documento presenta un marco teórico simple para analizar el rol tanto de los niveles de ingreso de los hogares, como del grado de incertidumbre de sus ingresos, en la formación de la demanda de telefonía fija en términos de acceso y uso.

Fundamentalmente, el desarrollo teórico se basa en la utilización de unas preferencias de tipo Stone-Geary modificadas, y en una restricción presupuestaria caracterizada por una tarifa en tres partes con un componente estocástico en el ingreso de los hogares. El resultado es un marco de análisis de la demanda de telefonía que permite vincular las decisiones de acceso y uso al nivel y la volatilidad del ingreso.

Este estudio pretende ser útil en la comprensión de lo que ocurre en paises como el Perú en términos de cobertura de servicios de telecomunicaciones, donde los amplios segmentos de población en condición de pobreza (incluso en zonas urbanas) y la alta vulnerabilidad de los ingresos de estos hogares, pueden explicar buena parte de la brecha total de cobertura que se observa.

Discutir el origen de tales brechas con un apropiado marco teórico y mediciones o simulaciones concretas, posiblemente nos lleve a replantear algunas políticas de acceso o cuando menos a afinar las actuales.

---

[1]Documento de Trabajo N^o 6. Comentarios y sugerencias a: `klopez@osiptel.gob.pe`.

[2]Agradezco los valiosos comentarios de Sergio Cifuentes, los errores que permanezcan son exclusiva responsabilidad mía.

2. El Modelo Teórico

2.1. Modelo determinístico

Una primera aproximación teórica al rol del nivel de ingreso (capacidad de pago) en las decisiones de acceso y uso de telefonía se puede desarrollar en un modelo determinístico como el que se presenta a continuación.[3]

El modelo asume la existencia de dos bienes: telefonía fija (x_1) y un bien compuesto (x_2) que representa al resto de bienes entre los cuales se encuentran los bienes considerados necesarios por el hogar.

Las preferencias sobre dichos bienes se representan mediante una función de utilidad del tipo Stone-Geary modificadas. Como sabemos, las preferencias Stone-Geary se expresan por una función del tipo: $u(x_1, x_2) = (x_1 - B_1)^{\alpha}(x_2 - B_2)^{1-\alpha}$, donde B_1 y B_2 son valores positivos y denotan los niveles de subsistencia, es decir el nivel de consumo mínimo en ambos bienes que el hogar necesita alcanzar[4]. No obstante, cuando alguno de los B_i es negativo (digamos el B_1), el “traslado” del origen causa una suerte de priorización por el otro bien (el bien x_2).

Precisamente, en este documento usamos unas preferencias Stone-Geary modificadas en ese sentido; asumimos un B_1 negativo y un $B_2 = 0$ para modelar (sin tener que recurrir a preferencias lexicográficas) la priorización de los hogares pobres por bienes que ellos consideran necesarios. En consecuencia, la función de utilidad queda expresada como:

$$u(x_1, x_2) = (x_1 + B)^{\alpha} x_2^{1-\alpha} \tag{1}$$

Donde $B \geq 0$ y $\alpha \in [0, 1]$ son los parametros de preferencias. Tanto cuando α se acerca a cero, como cuando B toma valores suficientemente grandes el hogar deja de valorar a la telefonía como bien. Asímismo, la restricción presupuestal, caracterizada por una tarifa en tres partes para el bien de telefonía, está dada por:

$$I = i_{\{x_1>0\}}F + p\ max\{x_1 - q, 0\} + x_2 \tag{2}$$

Donde I es el ingreso del hogar; y los elementos de la tarifa en tres partes para el servicio de telefonía son $\{F, p, q\}$: F es la renta básica, p es el precio por los minutos

[3]La importancia de desarrollar el modelo deterministico no sólo radica en la didáctica sino en que, representa un modelo de elecciones óptimas ex-post, y en ese sentido, es comparable al modelo que incorpora incertidumbre que se desarrolla luego.

[4]Esta formulación usual, además trae ciertas complicaciones técnicas para los niveles de ingreso que no perimten comprar por lo menos la canasta de subsistencia. Véase al respecto Mora (2002), pg.46.

adicionales y q los "minutos libres" o "incluídos".

Asímismo, se debe notar que en la restricción el precio del bien x_2 es igual a uno; es decir, x_2 un bien numerario. En consecuencia, p es un precio relativo. Por último, $i_{\{x_1>0\}}$ es una función indicador, es decir toma valor 0 siempre excepto cuando se cumple $x_1 > 0$, caso en el cual toma valor 1. Nótese además que la expresion $max\{x_1 - q, 0\}$ corresponde al consumo de los denominados minutos adicionales. En la Figura 1 se puede observar, el tipo de gráfica que tiene una restricción de este tipo.

En total, en este modelo hay tres sets de parámetros o variables exógenas. Los de preferencias: α, B, los de la tarifa: F, p, q, y los de ingreso: I.

Una carácteristica muy importante de las preferencias utilizadas en esta modelación es que la tasa marginal de sustitución evaluada en $x_1 = 0$ ($\frac{u_{x_1}}{u_{x_2}}|_{x_1=0}$) crece con el consumo del resto de bienes x_2. Es decir, la valoración relativa de acceder a telefonía crece con el consumo del bien compuesto. Esto es relevante para nuestra modelación porque, como veremos más adelante, permite modelar el no acceso a la telefonía como elección óptima cuando el ingreso del hogar es muy bajo.[5] En la Figura 1 se presenta un mapa de curvas de indiferencia, donde se observa esta carácteristica de las preferencias.

Si bien el problema del hogar consiste sencillamente en hallar la cesta $\{x_1, x_2\}$ que maximiza la satisfacción del hogar (Ecuación 1) sujeta a la restricción presupuestaria (Ecuación 2); técnicamente el hogar resuelve dicho problema *hacia atras* de la siguiente manera. Primero, halla las cestas $\{x_1, x_2\}$ que cumplen (2) y que maximizan su **utilidad condicionada** a cada una de las tres posibles elecciones de x_1: (a) $x_1 = 0$, (b) $x_1 = q$, y (c) $x_1 > q$ tal que $RMS = p$, respectivamente. Luego, observando cuál de estas tres cestas es la que genera mayor utilidad elige (a), (b) o (c). A esta cesta óptima se le denota por $\{x_1^*, x_2^*\}$.

El resultado importante del modelo es que elegir (a) $x_1 = 0$, (b) $x_1 = q$, o (c) $x_1 > q$ tal que $RMS = p$, depende del nivel de ingreso del hogar. Ello se puede observar en la Figura 1, donde bajo la restriccón más cercana al origen asociada a un ingreso muy bajo, la decisión óptima es no consumir telefonía. En la restricción contigua que representa un ingreso mayor, la elección óptima es consumir sólo los minutos libres; y finalmente, para un nivel de ingreso mayor aún, lo óptimo es cosumir minutos adicionales. En otras palabras, dados los valores para el resto de parámetros, pueden haber hasta tres rangos de ingreso que determinan la demandas de telefonía. Entonces, existirán dos umbrales, a los que llamaremos respectivamente

[5] Ello no se puede lograr con preferencias tipo Cobb-Douglass, por ejemplo, donde los bienes se vuelven infinitamente valorados cuando el consumo de ellos se acerca a cero, y entonces siempre es preferible consumir al menos una cantidad ínfima de todos los bienes.

A_1 y A_2, los cuales dividirán tales tramos de ingreso.

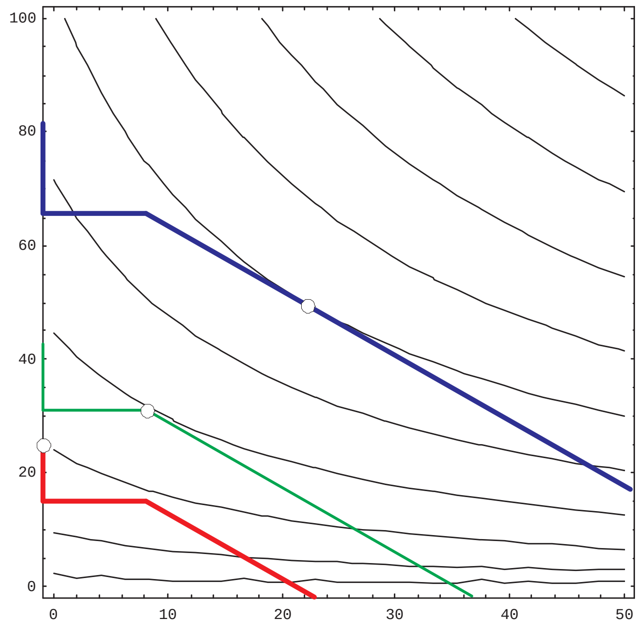

Figura 1: Mapa de indiferencia y restricciones presupuestarias para distintos niveles de ingreso. Rojo: ingreso bajo; verde: ingreso medio; azul: ingreso alto.

La manera como se resuelve el modelo y se hallan los umbrales A_1 y A_2 es la siguiente: Primero, se deduce la elección óptima por ambos bienes (demandas) condicionada a que respectivamente se haya optado por (a), (b) y (c). En segundo lugar, con dichas demandas se hallan la funciones de utilidad indirecta codicionadas a cada uno de los tres casos. Finalmente, con estas tres funciones de utilidad indirecta condicionadas se hallan los umbrales A_1 y A_2 de tal manera que éstos, respectivamente, indiquen el nivel de ingreso a partir del cual es mejor acceder a telefonía, y a partir del cual es mejor comprar minutos adicionales.

Veamos a continuación el detalle de cada paso para resolver el modelo y hallar una expresión analítica de los umbrales. En primer lugar, necesitamos saber cuáles serían las demandas de ambos bienes condicionadas a (a), (b) y (c). Si se elige (a), $x_1 = 0$, es facil ver que la mejor elección posible del bien 2 es $x_2 = I$. De otro lado, si se elige (b), es decir $x_1 = q$, la mejor elección posible del bien 2 es $x_2 = I - F$. Finalmente, si se elije (c), es decir consumir minutos adicionales, lo que se debe aplicar es la condición de tangencia de $p = RMS$ y entonces las elecciones óptimas (demandas) de ambos bienes serían:

$$x_1^* = \alpha \left[B + q + \frac{I - F}{p} \right] - B \tag{3}$$

y

$$x_2^* = (1 - \alpha)[pB + pq + I - F] \tag{4}$$

Por la forma de las preferencias, sabemos que las demandas que se desprenden de (a), (b), y (c) estan asociadas, respectivamente, a los tres rangos de ingreso separados por A_1 y A_2. De esta manera, podemos afirmar lo siguiente. Con ingreso $I \in [0, A_1]$, las demandas de bienes serán: $x_1^* = 0$ y $x_2^* = I$. En el segundo rango de ingreso, $I \in [A_1, A_2]$, las demandas de ambos bienes serán: $x_1^* = q$ y $x_2^* = I - F$. Finalmente, en el tercer rango de ingreso, $I \in [A_2, \infty[$, las funciones de demanda de ambos bienes serán (3) y (4).[6]

Ahora, para hallar tales los umbrales de ingreso, A_1 a partir del cual el hogar accede a x_1, y A_2 a partir del cual el hogar consume minutos adicionales, necesitamos construir las la funciones de utilidad indirecta condicionadas a las opciones (a), (b), y (c). Para ello solo se reemplaza los tres pares de demandas en la función de utilidad presentada en (1).

Así, en los tres tramos respectivamente, las funciones de utilidad indirecta condicionadas son las siguientes:

$$V_a = V_a(F, q, p, B, \alpha) = B^\alpha I^{1-\alpha} \tag{5}$$

$$V_b = V_b(F, q, p, B, \alpha) = (q + B)^\alpha (I - F)^{1-\alpha} \tag{6}$$

y

$$V_c = V_c(F, q, p, B, \alpha) = \left(\frac{\alpha}{p} \right)^\alpha (1 - \alpha)^{1-\alpha} (pm + y)^\alpha (pm - y)^{1-\alpha} \tag{7}$$

Donde $y = I - F$ y $m = B + q$; y los subíndices $\{a,b,c\}$ indican a qué tramo está asociada cada función.

Con ello, y observando que las diferencias $V_b - V_a$ y $V_c - V_b$ son ambas crecientes respecto del ingreso, los umbrales se pueden definir de la siguiente manera: $A_1 = \{I \in \Re_+ : V_b - V_a = 0\}$ y $A_2 = \{I \in \Re_+ : V_c - V_b = 0\}$ pues para niveles de ingreso mayores a A_1 siempre $V_b > V_a$ y por tanto va a ser óptimo acceder a la telefonía, y -análogamente- para niveles de ingreso mayores a A_2 siempre $V_c > V_b$ y

[6]La derivación de las funciones de demanda en este tramo se encuentra en el Anexo de este documento.

por tanto va a ser óptimo consumir más minutos que sólo los q minutos libres.

En la Figura 2, se puede observar la aplicación de esta regla para hallar los valores de los umbrales. En el eje horizontal se halla el ingreso (I) y en las ordenadas la utilidad del hogar. Además, las tres curvas que están representadas son V_a, V_b y V_c. En dicha figura, se puede distinguir precisamente que para niveles muy bajos de ingreso la mayor utilidad viene de V_a, lo que implica que conviene la opción (a) $x_1 = 0$ que consiste en no acceder a telefonía. Para ingresos medios (entre los umbrales A_1 A_2) conviene la opción (b); y para ingresos altos (mayores a A_2) conviene consumir en el margen una cantidad de minutos mayor a q.

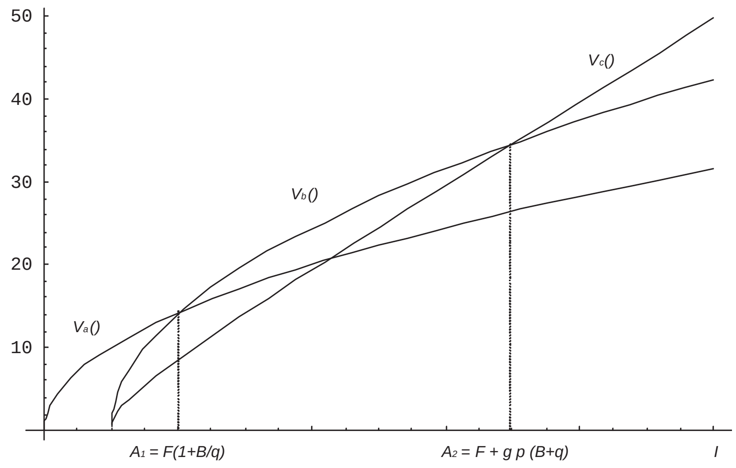

Figura 2: Utilidades indirectas en los tramos de ingreso. Nota: α =0.5 y g $= 2+\sqrt{3}$

Sin embargo, en este contexto definido por las preferencias y la restricción dadas en (1) y (2) no es posible hallar algebraicamente los umbrales A_1 y A_2. Por ello, proponemos fijar un parámetro de las preferencias y dejar el otro libre. A diferencia de las preferencias del tipo Cobb-Douglass, en la función de utilidad que se usa aquí hay dos parámetros de preferencias (α y B), y además α no representa la proporción del ingreso destinado a telefonía. En consecuencia, se puede fijar dicho parámetro en un valor determinado sin perder mucha flexibilidad. El valor que estableceremos para α será 0.5. Así para cualquier ejercicio de calibración el modelo posteriormente, una proporción de gasto congruente con la realidad se puede lograr *haciendo variar* el parametro B de las preferencias.

Para el caso en que $\alpha = 0{,}5$ la utilidad indirecta en los tres rangos expresada en (5), (6) y (7) se simplifica a:

$$V_a = \sqrt{BI}$$

$$V_b = \sqrt{(B+q)(I-F)}$$
$$V_c = \frac{1}{2\sqrt{p}} \left(p^2 m^2 - y^2\right)^{1/2},$$

respectivamente. Donde $y = I - F$ y $m = B + q$.

Como resultado de ello, A_1 es el ingreso que cumple:

$$\sqrt{(B+q)(I-F)} = \sqrt{BI}$$

y A_2 el ingreso que cumple:

$$\frac{1}{2\sqrt{p}} \left(p^2(B+q)^2 - (I-F)^2\right)^{1/2} = \sqrt{(B+q)(I-F)}$$

Resolviendo ambas igualdades, hallamos:

$$A_1 = F\left(\frac{B}{q} + 1\right)$$

y

$$A_2 = F + (2+\sqrt{3})(B+q)p$$

Finalmente, ya una vez hallados los umbrales que definen los rangos de ingreso se puede tener la expresión para la demanda de telefonía x_1:

$$x_1^* = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad I \in [0, F\left(\frac{B}{q}+1\right)] \\ q & \text{si} \quad I \in [F\left(\frac{B}{q}+1\right), F + (2+\sqrt{3})(B+q)p] \\ \alpha\left[B + q + \frac{I-F}{p}\right] - B & \text{si} \quad I \in [F + (2+\sqrt{3})(B+q)p, \infty[\end{cases} \tag{8}$$

Lo interesante de la demanda expresada en (8) es que muestra explícitamente cómo la relación entre el ingreso y el resto de parámetros y variables exógenas del modelo determina el patrón de consumo. Como nuestro objetivo es analizar el rol del ingreso entonces expresamos esta relación en función del ingreso, así, en laFigura 3 se muestra la curva de Engel[7] del bien x_1.

A manera de síntesis, como lo muestran las ecuaciones finales de la demanda y la curva de Engel de la Figura 3, el aspecto central que permite modelar este marco

[7] La curva de Engel muestra los consumos óptimos de un bien para cada nivel de ingreso.

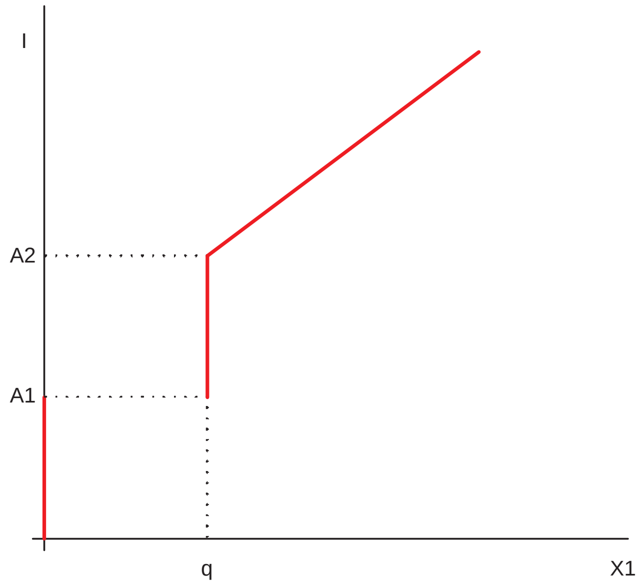

Figura 3: Curva de Engel en un modelo sin incertidumbre.

teórico es el siguiente. Cuando el ingreso es muy bajo y se consume muy poco del bien x_2, la elección óptima es no consumir telefonía pues el bien x_2 resume una canasta de bienes entre los cuales se encuentran los considerados *más necesarios* que el hogar prefiere priorizar. Si el ingreso del hogar ya no es tan bajo sino es de un nivel al que llamamos "medio" entre A_1 y A_2, el hogar accede a telefonía consumiendo sólo los minutos libres (q) e incrementos pequeños del ingreso del hogar se seguirán destinando a consumir más del resto de bienes (x_2). Sólo en un nivel "alto" de ingreso (mayor a A_2) los hogares repartirán los incrementos en el ingreso entre minutos adicionales de telefonía y mayor consumo del resto de bienes (véase la Figura 1).

2.2. Modelo con incertidumbre en el ingreso

En esta sección modificamos el modelo anterior de tal manera que los hogares ahora enfrentan incertidumbre en el ingreso. Para ello se le agrega al ingreso un componente estocástico ϵ. Así, el ingreso ahora se expresa de la siguiente manera: $I = I_0 + \epsilon$, donde I_0 es la parte cierta del ingreso y ϵ se distribuye con una probabilidad uniforme entre los límites $-\delta$ y δ. Es decir, $\epsilon \sim U[-\delta, \delta]$.

Una primera consecuencia obvia de esta formulación es que el ingreso esperado es I_0, pues $E[\epsilon] = 0$. Además, se puede ver fácilmente que la desviación estándar del ingreso (que es la misma desviación estándar del término ϵ) es igual a $\frac{\delta}{\sqrt{3}}$. Es decir, en este modelo un aumento en los límites de la distribución δ implica un aumento exactamente proporcional de la variabilidad del ingreso.

En este contexto para capturar la actitud hacia el riesgo del hogar en su elección óptima, el criterio de decisión consistirá en maximizar la utilidad esperada. En particular, se asume que la única decisión que se toma sin (o 'antes de') observar la realización del ingreso es la de contratar o no el teléfono. Además de ser un supuesto verosímil, una ventaja de hacer el mismo es que la restricción presupuestaria se sigue cumpliendo con igualdad. Es decir se agota el ingreso realizado.

De manera similar que en el modelo determinístico, el hogar resuelve este problema hacia atras. Es decir, primero se halla las utilidades esperadas condicionadas a las opciones (*a'*) $x_1 = 0$, y (*b'*) $x_1 \geq q$. Luego, dados los parámetros y las variables exógenas, se elige cual de las posibilidades (*a'*) o (*b'*) es la que maximiza la utilidad esperada.

Así, en este modelo las utilidades esperadas condicionadas a las opciones (*a'*), y (*b'*) son respectivamente:

$$EU_a = \frac{B^{0,5}}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} (I_0 + \epsilon)^{0,5} d\epsilon \tag{9}$$

y

$$EU_b(x_1) = \frac{(B + x_1)^{0,5}}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} (I_0 - F - p(x_1 - q) + \epsilon)^{0,5} d\epsilon \tag{10}$$

La eliminación de x_1 y x_2 en EU_a, se debe a que, precisamente, ésta debe cumplir la condición $x_1 = 0$; y a que como vimos antes, la restricción se cumple con igualdad. Esto último, por el supuesto que la única decisión que se toma sin ver la realización del ingreso es la de contratar o no contratar el ingreso. De otro lado, la eliminación de x_2 en EU_b, se debe también a que la restricción se sigue cumpliendo con igualdad.

En el caso de $EU_b(x_1)$, se debe maximizar respecto de x_1; sujeto a: $I_0 + \epsilon - F - p(x_1 - q) \geq 0$, y $x_1 \geq q$. Así obtendremos la expresión (EU_b) de la función de utilidad indirecta que buscamos y esta dependerá sólo de los parámetros y variables exógenas. Es decir, $EU_b = máx_{x_1} \{EU_b(x_1)\}$ ya no depende de x_1.[8]

[8] La derivación de estas utilidades indirectas se puede hallar en el Anexo de este documento.

Aunque EU_b y las restricciones planteadas cumplen las condiciones para la existencia de una solución analítica utilizando Kuhn-Tucker, las simulaciones que se efectúan en este documento se basan en una solución numérica del problema.

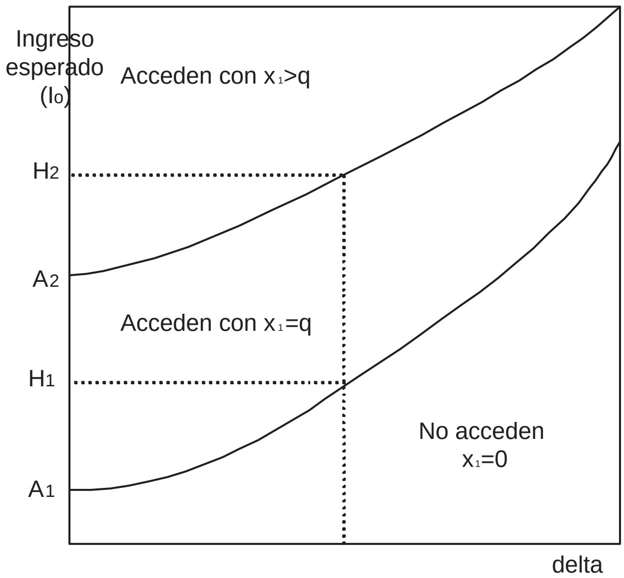

Figura 4: Regiones de acceso y uso mayor a q en función del ingreso esperado I_0 y el parámetro de riesgo δ.

Algunas de las implicacias centrales de incluir incertidumbre al modelo, se discuten a continuación.

En comparación con el modelo determinístico, ahora se generaliza el concepto de intervalos de ingreso en los que el hogar no se accede, accede a sólo a los minutos libres, o compra minutos adicionales. En lugar de tales intervalos de ingreso I (una dimensión), ahora tenemos unas regiones (en dos dimensiones) de ingresos esperados y niveles de riesgo (I_0, δ) que juegan ese rol. Ello se puede ver en el la Figura 5.

En detalle, existen unos umbrales que llamaremos ahora H_1 y H_2 que cumplen la función de A_1 y A_2 en el modelo sin incertidumbre, es decir determinan, respectivamente, los niveles de ingreso a partir de los cuales es óptimo para el hogar acceder al bien x_1 y a partir del cual es óptimo comprar minutos adicionales. [9]. Lo relevante aquí es que estos umbrales H_1 y H_2 dependen positivamente de la incertidumbre δ de modo que cuanta mayor incertidumbre enfrenta el hogar, éste requiere un ingreso esperado mínimo mayor para decidir acceder al bien, o para comprar minutos

[9]Si bien no se puede hallar una expresión algebraica para ellos, sí se puede probar que existen.

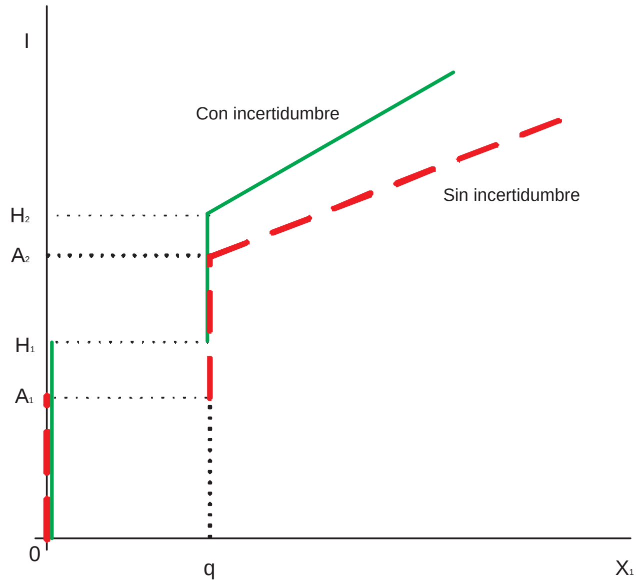

Figura 5: Curvas de engel con incertidumbre (verde) y sin incertidumbre (roja)

adicionales. Es decir, tanto H_1 como H_2 crecen cuando δ crece. En consecuencia, $H_1 > A_1$ y $H_2 > A_2$ para todo valor de δ.

Finalmente, se puede probar que cuando la incertidumbre tiende a ser nula $\delta \to 0$, los resultados de este modelo tienden en el límite a los resultados del modelo determinístico. Por ejemplo, (9) tiende a (5) retringida a que $\alpha = 0{,}5$. Por su lado, (10) tiene en una solución por Kuhn-Tucker que contiene dos casos de solución dependiendo de unas condicines que determinan si se está óptimamente en la esquina de la restricción consumiendo q o si se consume óptimamente una cantidad de x_1 mayor a q. Ambas soluciones convergen a (6) y (7) respectivamente cuando $\delta \to 0$. Ello implica que $H_1 \to A_1$ y $H_2 \to A_2$ cuando $\delta \to 0$.

3. Análisis de acceso basado en simulaciones

En una siguiente etapa de esta investigación se procederá a estimar y/o calibrar los valores de los parámetros del modelo a nivel hogar para efectuar simulaciones realistas que puedan proporcionarnos magnitudes de cambios en el bienestar y acceso de los hogares ante cambios en las variables exógenas relacionadas con la regulación. También el planteamiento del modelo de una manera dinámica queda para la siguiente etapa de la investigación.

En esta sección, se efectúa un primer ejercicio de simulación simple basado en el supuesto de que los hogares tienen las mismas preferencias (iguales parámetros α y B) pero distintos niveles de ingreso (existe una distribución del ingreso). Además de una finalidad didáctica, ello busca resaltar el objetivo de este primer documento: el rol del nivel de ingreso y de incertidumbre en el mismo sobre las decisiones de acceso y uso de telefonía.

Si consideramos una población de hogares de tamaño N e indicamos a los hogares que la componen mediante el subíndice j el problema planteado en (1) y (2) se hace particular a cada hogar colocando a cada parámetro, variable exógena y variable endógena dicho subíndice. En este contexto es fácil ver que bajo los supuestos de que preferencias iguales entre hogares ($B_j = B$ y $\alpha_j = 0{,}5\ \forall j$) y que éstos enfrentan los mismos precios y tarifas, el sistema de demandas que tienen los hogares son los mismos y en consecuencia los umbrales $H_{1,j}$ y $H_{2,j}$ son iguales para todos ellos. Así, los niveles de acceso en la población de hogares están determinados por la proporción de hogares que cae en la parte de la distribución del ingreso que excede al umbral H_1. Ello se ilustra en la Figura 6.

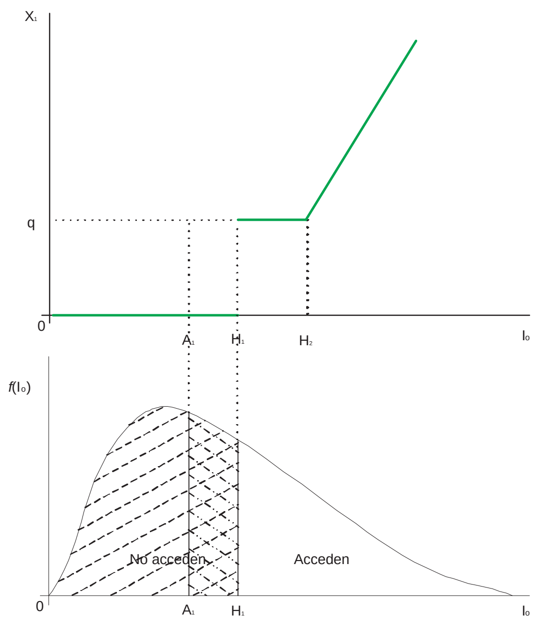

Figura 6: Proporción de acceso en la distribución del ingreso bajo el supuesto de preferencias homogéneas

En la Figura 6 se puede observar la parte del no acceso atribuible a la incertidumbre en los ingresos. Esta es la región debajo de la distribución del ingreso que está entre A_1 y H_1.

Para tener un primer ejercicio de impacto de la incertidumbre en los niveles de acceso, se efectuaron simulaciones numéricas del modelo bajo distribuciones del ingreso ficticias, asumiendo que el ingreso seguia una distribución lognormal con media μ y desviación σ. Para las simulaciones se utilizó un *grid* o malla de aproximadamente 2900 nodos o combinaciones, haciendo variar tanto los parámetros de la distribución del ingreso (μ, y σ), los elementos tarifarios (F, p y q), como el nivel de incertidumbre que efrentan los hogares (δ).

Se fijaron unos rangos de variación para μ de 80 unidades monetarias (u.m.) a 120 u.m., para σ de 15 u.m. a 25 u.m. para F de 30 u.m. a 70 u.m., para p de 0.01 a 0.21, y para q de 30 a 90 minutos. Para el parámetro de incertidumbre δ se simuló con dos reglas, la primera asumiendo un monto fijo y homogéneo entre hogares de incertidumbre, el cual varió de 5 a 65 (lo cual ocasiona que los hogares más pobres enfrenetan mayores niveles de incertidumbre relativa que los hogares más ricos), y una segunda regla de incertidumbre relativa al ingreso homogenea fijando el ratio $\frac{\delta}{I_0}$ para todos los hogares. En este segundo caso el ratio cubrió el intervalo [0.05, 0.45].

Los resultados de este ejercicio de simulación simple y preliminar, que se muestran en el Anexo de este documento, arrojaron que magnitudes de incertidumbre relativa en el ingreso de alrededor de 30 por ciento, similares a las reportadas en Cancho y López (2006), pueden causar un efecto negativo considereable en los niveles de acceso. De otro lado, para el rango de parámetros utilizados en esta simulación, el atenuante más efectivo de los efectos adversos de la incertidumbre en el ingreso es una reducción en el cargo fijo de la tarifa en tres partes.

Del modelo calibrado o estimado y extendido a una formulación dinámica, que se desarrollará como una próxima etapa de ésta investigación, se podrá obtener una magnitud concreta de estos efectos y evaluar el impacto en el acceso de cambios en los elementos tarifarios y de otras exógenas como los parámetros de la distribución del ingreso y de la propia incertidumbre en el ingreso.

4. Conclusiones

1. El objetivo del documento ha sido planetar un marco conceptual en el cual se discuta formalmente el rol tanto de los niveles de ingreso como de los niveles de incertidumbre en el mismo en la determinación de los niveles de acceso y uso de telefonía.

2. En el modelo con incertidumbre algunos hogares pese a tener ingresos esperados “suficientes” para acceder ya no acceden a la telefonía fija. Ello como una protección ante la posibilidad de comprometer en la compra de x_1 una porción demasiado grande de su ingreso que es incierto. Es decir, no acceden aun cuando les convendría acceder si su ingreso esperado (I_0) fuera cierto. En el modelo esto se expresa en que cuanto mayor es la incertidumbre (expresada en mayores δs) mayores son los mínimos necesarios de ingreso H_1 y H_2, para acceder y consumir más que q, respectivamente.

3. El resultado final de esta modelación es que se puede clasificar a un hogar nuevamente en tres categorías pero ahora en función a su par ordenado $\{I_0, \delta\}$. En los extremos, el hogar que no accede al servicio es uno con muy bajos ingresos o de mucha incertidumbre, y del otro lado, el hogar que accede comprando $x_1 > q$ es uno con ingreso bastante alto y con relativamente baja incertidumbre. En el medio, como se ve la Figura 5, hay una franja de hogares que solo compran los minutos libres q porque su ingreso es medio y su incertidumbre es media también.

4. Los primeros ejercicios de simulación sobre los niveles de acceso, asumiendo una distribución del ingreso (lognormal), sugieren que en un escenario verosimil la incertidumbre en el ingreso sí puede llegar a tener un efecto adverso significativo en los niveles de acceso.

5. La siguiente etapa de la investigación se ocupará de estimar y/o calibrar este modelo, así como formularlo de manera dinámica. Ello nos podrá proveer respuestas concretas sobre la magnitud de los efectos de cambios en la incertidumbre, de cambios en los elementos tarifarios, y de cambios incluso de cambios en la distribución del ingreso, sobre los niveles de acceso a los servicios de telefonía.

6. Tanto el presente marco conceptual como su futura versión empírica, forman parte de las herramientas que nos permitirán vincular de manera adecuada tanto los instrumentos de política como los choques externos al sector (la macroeconomía por ejemplo, que mueve la media de los ingresos de la economía) a un resultado de interés para nosotros como es el nivel de acceso.

5. Bibliografía

1. Cancho, César y Kristian López, 2006. Análisis del acceso y la capacidad de pago por servicios públicos de telecomunicaciones en el Per. Documento de Trabajo. GPR - OSIPTEL (mimeo).

2. Hayter, Anthony J, 1996. "Probability and statistics : for engineers and scientists," PWS Publishing.

3. Lambrecht, A., Seim, K. y Skiera, B, 2005. "Does Uncertainty Matter? Consumer Behavior under Three-Part Tariffs," Mimeo, UCLA Anderson School of Management.

4. Mas-Colell, A., y M. D. Whinston, 1995. "Microeconomic Theory". Oxford University Press.

5. Miravete, Eugenio J, y César Martinelli, 2006. "Modelacin de las Decisiones Bajo Incertidumbre de los Usuarios de los Planes Tarifarios de Telefona Local en el Per" MIMEO. OSIPTEL.

6. Miravete, Eugenio J, 2000. "Estimating Demand for Local Telephone Service with Asymmetric Information and Optional Calling Plans," CEPR Discussion Papers 2635, C.E.P.R. Discussion Papers.

7. Miravete, Eugenio J, 2000. "Choosing the Wrong Calling Plan? Ignorance, Learning, and Risk Aversion," CEPR Discussion Papers 2562, C.E.P.R. Discussion Papers.

8. Mora, Jhon, 2002. "Introducción a la Teoría del Consumidor De la preferencia a la estimación," Primera Edicin. Universidad ICESI. Cali.

6. Anexos

6.1. Funciones de demanda en el modelo determinístico cuando se elije la opcíon (c)

En la opción (c) se debe hallar la regla de consumo óptimo cuando se cumple lo siguiente: $x_1 > q$ y $RMS = p$.

Por la definición de RMS: $\frac{u_{x_1}}{u_{x_2}} = \frac{\alpha(x_1+B)^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha)(x_1+B)^{\alpha}x_2^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{x_2}{(x_1+B)} = p$.

Entonces, $\frac{\alpha}{(1-\alpha)}x_2 = px_1 + pB$ y de la restricción sabemos que $x_2 = I - F - p(x_1 - q)$, resolviendo ambas ecuaciones obtenemos, las funciones de demanda asociadas a esta opción:

$$x_1^* = \alpha\left[B + q + \frac{I-F}{p}\right] - B$$

y

$$x_2^* = (1-\alpha)[pB + pq + I - F]$$

6.2. Funciones de utilidad indirecta en el modelo con incertidumbre

Para llegar a la expresión de EU_a presentada en (9), se efectuaron los siguientes cálculos. Cuando $x_1 = 0$ la restricción presupuestaria se puede expresar sencillamente así $I = I_0 + \epsilon = x_2$. Por tanto, se puede reemplazar esta igualdad en la función de utilidad expresada en (1), la misma que toma la forma de $u(x_1, x_2) = B^{0,5}(I_0+\epsilon)^{0,5}$. Pero ϵ es una variable aleatoria, y en incertidumbre el hogar decide maximizando su utilidad esperada. En consecuencia, esta utilidad multiplicada por la función de densidad de ϵ ($f(\epsilon) = \frac{1}{2\delta}$), debe integrarse sobre ϵ de la siguiente manera[10]:

$$EU_a = \int_{-\delta}^{\delta} B^{0,5}(I_0+\epsilon)^{0,5}\frac{1}{2\delta}d\epsilon$$

Simplificando esta expresión queda la ecuación (9):

$$EU_a = \frac{B^{0,5}}{2\delta}\int_{-\delta}^{\delta}(I_0+\epsilon)^{0,5}d\epsilon$$

La ecuación (10) se obtiene de manera análoga, con la única diferencia que cuando la elección es $x_1 \geq q$, el despeje de x_2 en la restricción presupuestal queda como $x_2 = I_0 + \epsilon - F - p(x_1 - q)$.

[10]Recuérdese que cuando X es variable aleatoria con función de densidad $f(x)$, el esperado de X se obtiene así: $E[X] = \int xf(x)dx$

6.3. La distribución lognormal

Una variable aleatoria X es de distribución lognormal si $log(X)$ se distribuye normalmente.

La ditribución lognormal para una variable aleatoria X puede ser caracterizada con su media μ y su desviación σ. O bien, puede ser especificada con la media m y la desviación s de la variable $log(X)$ normalmente distribuida. Denotamos una lognormal como $\lambda(\mu, \sigma)$, pero ésta no puede ser expresada en términos de funciones comunes, por lo que usualmente se recurre a su función de densidad que sí se puede expresar con funciones comunes. Además, esta función de densidad $\phi(x)$ es más fácilmente expresada en términos de m y s:

$$\phi(x) = \begin{cases} \frac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{log(x)-m}{s}\right)^2\right)}{xs\sqrt{2\pi}} & Si \;\; x > 0 \\ 0 & Si \;\; x \leq 0 \end{cases}$$

Donde la relación entre ambos momentos de X y $log(X)$ es la siguiente: $\mu = exp(\frac{2m+s^2}{2})$ y $\sigma = \sqrt{exp(2m + 2s^2) - exp(2m + s^2)}$.

6.4. Resultados resúmen de la simulación

μ	σ	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{B}$	δ	$\boldsymbol{sd/I}$ promedio	acceso
120	25	50	60	0.01	300	65	0.31	0.54
120	25	50	60	0.01	500	65	0.31	0.54
120	25	50	60	0.21	300	65	0.31	0.54
120	25	50	60	0.21	500	65	0.31	0.54
120	25	50	90	0.01	300	65	0.31	0.54
120	25	50	90	0.01	500	65	0.31	0.54
120	25	50	90	0.21	300	65	0.31	0.54
120	25	50	90	0.21	500	65	0.31	0.54
120	25	30	60	0.01	300	65	0.31	0.85
120	25	30	60	0.01	500	65	0.31	0.85
120	25	30	60	0.21	300	65	0.31	0.85
120	25	30	60	0.21	500	65	0.31	0.85
120	25	30	90	0.01	300	65	0.31	0.85
120	25	30	90	0.01	500	65	0.31	0.85
120	25	30	90	0.21	300	65	0.31	0.85
120	25	30	90	0.21	500	65	0.31	0.85
120	25	50	60	0.01	300	35	0.17	0.94
120	25	50	60	0.01	500	35	0.17	0.94
120	25	50	60	0.21	300	35	0.17	0.94
120	25	50	60	0.21	500	35	0.17	0.94
120	25	50	90	0.01	300	35	0.17	0.94
120	25	50	90	0.01	500	35	0.17	0.94
120	25	50	90	0.21	300	35	0.17	0.94
120	25	50	90	0.21	500	35	0.17	0.94
120	25	30	60	0.01	300	35	0.17	1.00
120	25	30	60	0.01	500	35	0.17	1.00
120	25	30	60	0.21	300	35	0.17	1.00
120	25	30	60	0.21	500	35	0.17	1.00
120	25	30	90	0.01	300	35	0.17	1.00
120	25	30	90	0.01	500	35	0.17	1.00
120	25	30	90	0.21	300	35	0.17	1.00
120	25	30	90	0.21	500	35	0.17	1.00